

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA PARA A OTIMIZAÇÃO
DE EMBALAGENS METÁLICAS**

Rafael Mattar Machiaverni

Orientador: Emílio Carlos Nelli Silva

Emílio Carlos Nelli Silva

São Paulo

2004

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA PARA A OTIMIZAÇÃO
DE EMBALAGENS METÁLICAS**

**Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Graduação em Engenharia**

Rafael Mattar Machiaverni

Orientador: Emílio Carlos Nelli Silva

**Área de Concentração:
Engenharia Mecânica**

São Paulo

2004

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva pela orientação dada durante a realização deste trabalho, assim como ao longo de minha vida acadêmica.

Agradeço também aos membros do grupo de Otimização Topológica da Escola Politécnica pelo auxílio dado ao trabalho. Em especial gostaria de agradecer a Fernando Viegas Stump, pela ajuda e atenção dispensada a este projeto.

RESUMO

Uma das limitações ao desenvolvimento da indústria de embalagens metálicas é o alto custo associado ao lançamento de novos modelos. Parcela importante deste custo está ligada ao grande número de testes realizados até que seja encontrada uma solução adequada, ou seja, aquela que atende os requisitos de funcionamento associados a cada tipo de embalagem, com o menor custo. Além disso, verifica-se que a geometria de um novo modelo de embalagem metálica vem sendo obtida de forma intuitiva, devido ao complexo comportamento mecânico destes produtos.

Dessa forma, este trabalho apresenta uma metodologia sistemática para o projeto de embalagens metálicas, baseado em simulações numéricas pelo Método de Elementos Finitos (MEF) de ensaios realizados para homologação de tais produtos e no Método de Otimização Paramétrica.

Com os resultados das simulações, traça-se uma Superfície de Resposta que aproxima o comportamento da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Usando técnicas de otimização é possível obter-se a geometria ótima da embalagem.

O método proposto é aplicado a uma lata cilíndrica que deve ter seu desempenho maximizado em relação aos testes de pressão hidráulica interna e de queda. Os resultados obtidos mostram que a metodologia constitui-se em uma ferramenta importante no projeto de embalagens otimizadas.

ABSTRACT

One of the limitations to the development of metallic packing industry is the high cost associated with the launching of new models. An important part of this cost is due to the great number of prototype tests that have to be done until a convenient solution, that satisfies functioning requirements associated to each type of packing with the lesser cost, is found. Moreover, the geometry of a new model of metallic packing is usually obtained using intuitive methods, due to the complex mechanical behavior of these products.

Therefore, this work presents a systematic methodology for the design of metallic packings, based on numerical simulations, using the Finite Element Method (FEM), of tests done for homologation of such products and in the Method of Parametric Optimization.

Using the simulations results, a Response Surface, that approaches the behavior of the objective function in relation to the design variables, is obtained. The optimal packing configuration is determined using optimization techniques.

The proposed method is applied to a cylindrical can that must have its performance maximized in relation to internal hydraulic pressure and fall tests. Results show that the methodology consists in an important tool in the design of optimized packings.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	
LISTA DE FIGURAS	
LISTA DE SÍMBOLOS	
LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS	
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ENSAIOS MECÂNICOS EM EMBALAGENS METÁLICAS	6
2.1 Formulação Teórica	6
2.2 Implementação Numérica.....	8
2.3 Simulações realizadas	11
2.3.1 Teste de pressão hidráulica interna	12
2.3.2 Ensaio de queda	14
3 METODOLOGIA PARA A OTIMIZAÇÃO DE EMBALAGENS METÁLICAS	17
3.1 Definição da função objetivo.....	17
3.2 Definição do método de otimização e das variáveis de projeto	17
3.3 Método de Superfície de Resposta aplicado ao projeto de embalagens metálicas.....	19
3.4 Projeto de Experimentos	21
3.5 Determinação da configuração ótima a partir da Superfície de Resposta.....	22
3.6 Implementação Numérica da Metodologia Proposta.....	24
3.7 Aplicação da metodologia à otimização de uma embalagem cilíndrica.....	25
3.7.1 Ensaio de Pressão Hidráulica Interna.....	25
3.7.2 Ensaio de queda	29
4 CONCLUSÕES.....	49
ANEXO A – PLANILHA PARA PARAMETRIZAÇÃO DOS ENSAIOS REALIZADOS	50

Planilha em APDL para simulações de ensaios de pressão hidráulica interna.....	50
Interface com o usuário.....	50
Planilha auxiliar para criação da geometria da embalagem (listagem parcial).....	52
Planilha para geração do arquivo em APDL (listagem parcial)	52
Planilha em APDL para simulações de ensaios de queda.....	56
Interface com o usuário.....	56
Planilha para geração do arquivo em APDL (listagem parcial)	56
5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Ensaios realizados	30
Tabela 2 - Valores da função objetivo obtidos no ensaio	34

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Comparaçao entre o teste real e a simulaçao numérica, extraido de [1].....	2
Figura 2 - Gráfico utilizado na otimização paramétrica da embalagem [4].....	4
Figura 3 - Simulação do processo de conformação dos frisos [6].....	4
Figura 4 - Curva tensão-deformação característica para um material bi-linear isotrópico	6
Figura 5 - Representação esquemática do elemento SHELL163	7
Figura 6 - Representação do fenômeno "snap-through"	8
Figura 7 – Modelo geométrico parcial de uma embalagem	9
Figura 8 - Fluxograma de realização dos ensaios	11
Figura 9 - Modelo de meia lata usado no teste de pressão.....	12
Figura 10 - Aplicação de pressão.....	13
Figura 11 - Resultado do teste de pressão, em termos da tensão de von Mises	13
Figura 12 - Modelo usado no ensaio de queda	14
Figura 13 - Configuração deformada da lata e tensões de Von Mises.....	15
Figura 14 - Detalhe da concentração de tensões na recravação	16
Figura 15 - Solução de um problema de otimização estrutural através de diferentes abordagens	18
Figura 16 - Representação de uma Superfície de Resposta	20
Figura 17 - Fluxograma do método proposto	24
Figura 18 - Embalagem sem frisos - Ensaio de Pressão	26
Figura 19 - Embalagem com frisos - Ensaio de Pressão	27
Figura 20 - Embalagem sem frisos - Ensaio de Pressão	28
Figura 21 - Embalagem com frisos - Ensaio de Pressão	28
Figura 22 - Ensaios realizados.....	31
Figura 23 - Teste de queda - Ensaio 1.....	31
Figura 24 - Teste de queda - Ensaio 2.....	32
Figura 25 - Teste de queda - Ensaio 3.....	32
Figura 26 - Teste de queda - Ensaio 4.....	33
Figura 27 - Teste de queda - Ensaio 5.....	33

Figura 28 - Teste de queda - Ensaio 6.....	34
Figura 29 - Superficie de Resposta Obtida.....	36
Figura 30 - Superficie de Resposta para valores constantes de dborda (em mm)	37
Figura 31 - Superficie de Resposta para valores constantes de dpico (em mm)	38
Figura 32 - Modelo de elementos finitos da embalagem otimizada.....	39
Figura 33 - Resultado da simulação da lata otimizada.....	40
Figura 34 – Nova Superficie de Resposta Obtida.....	41
Figura 35 - Superficie de Resposta para valores constantes de dborda (em mm)	42
Figura 36 - Superficie de Resposta para valores constantes de dpico (em mm)	43
Figura 37 - Modelo de elementos finitos da nova embalagem obtida	44
Figura 38 - Resultado da simulação da lata otimizada.....	45
Figura 39 – Nova Superficie de Resposta Obtida.....	46
Figura 40 - Modelo de elementos finitos da nova embalagem obtida	47
Figura 41 - Resultado da simulação da lata otimizada.....	48

LISTA DE SÍMBOLOS

M	matriz de massa
C	matriz de amortecimento
K	matriz de rigidez
$\ddot{\mathbf{u}}$	vetor de aceleração
$\dot{\mathbf{u}}$	vetor de velocidades
\mathbf{u}	vetor de deslocamentos
\mathbf{f}	vetor de carregamentos
σ	Tensão mecânica
E	Módulo de Young do Material
ϵ	Deformação mecânica
σ_e	Tensão equivalente de von Mises
σ_1, σ_2 e σ_3	Tensões principais
ρ	Densidade do material
dpicos	Distância entre picos dos frisos
dborda	distância dos frisos à borda
x_i 's	Variáveis de projeto
y	Valor da função objetivo
β_i 's	Coeficientes do polinômio que aproxima a função objetivo
X	Matriz das variáveis de projeto
Y	Vetor dos valores de função objetivo
B	Vetor dos valores coeficientes β_i 's
E	Vetor de desvios entre a Superfície de Resposta e a função
objetivo	
k	Número de variáveis de projeto
n	Número de ensaios realizados
Mo	Matriz de momento
D_{eff}	Eficiência D
p	expoente usado no cálculo da eficiência D

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

MEF – Método de Elementos Finitos

FEM – “Finite Element Method”

DOE – “Design of Experiments”

MMQ – Método dos Mínimos Quadrados

APDL – “ANSYS Parametric Design Language”

1 INTRODUÇÃO

A indústria de embalagens metálicas encontra-se em expansão no Brasil, seguindo a tendência mundial de concentração deste ramo industrial em países em desenvolvimento. Entretanto, uma das limitações ao seu desenvolvimento é o alto custo associado ao lançamento de novos modelos de embalagens. Uma parcela importante deste custo está ligada ao grande número de testes realizados até que seja encontrada uma solução adequada, ou seja, aquela que atenda os requisitos de funcionamento associados a cada tipo de embalagem, com o menor custo. Tais testes, que necessitam da fabricação de ferramentas específicas para cada configuração de embalagem, são atualmente necessários devido à dificuldade em desenvolver modelos analíticos que simulem o complexo comportamento das latas com precisão adequada. Essa dificuldade vem sendo superada com a aplicação de métodos numéricos à simulação do comportamento mecânico das embalagens. Portanto, a primeira motivação deste trabalho é a realização de simulações computacionais que reduzam o número de ensaios com protótipos necessários para a avaliação do desempenho das embalagens.

Associada a isto, está a necessidade da indústria de otimizar seus produtos de uma forma sistemática. No ramo de embalagens metálicas, a otimização visa essencialmente reduzir o volume de material usado nas embalagens, com a restrição de que as mesmas sejam aprovadas nos ensaios mecânicos necessários para sua homologação. Dada a enorme produção dessa indústria (nos EUA, já alcança aproximadamente 100 bilhões de unidades por ano [1]), uma pequena redução na espessura da folha utilizada reflete em grande redução de custos.

Em geral, a geometria de um novo modelo de embalagem metálica vem sendo obtido de forma intuitiva. Isso decorre tanto do desconhecimento dos engenheiros da indústria em relação aos métodos de otimização desenvolvidos no meio acadêmico quanto da dificuldade de implementação destes métodos para solução de problemas industriais de alto grau de complexidade. Atualmente esse quadro passa por mudanças, com o aumento do número de publicações sobre o tema e com a realização de experiências bem sucedidas de aplicação de métodos de otimização na indústria. Exemplos de aplicações de otimização sistemática e de simulação

computacional em embalagens metálicas serão apresentados a seguir, para que se tenha uma idéia de como o tópico vem sendo abordado no meio acadêmico e industrial.

O primeiro trabalho [2] apresenta a modelagem e simulação de latas cilíndricas de produtos alimentícios. Tais embalagens são submetidas a diferenças de pressão entre o meio interno e o externo devidas ao processo de esterilização a que os alimentos em seu interior são submetidos. O que se propõe no artigo é análise de um modelo baseado no Método de Elementos Finitos (MEF) com elementos axissimétricos, considerando não-linearidades geométricas, devidas a grandes deformações, e não-linearidades relacionadas à plastificação do material da lata. A análise, entretanto, é estática, não considerando os efeitos dinâmicos do ensaio de pressão. Com os resultados obtidos, obteve-se um ganho no que diz respeito ao tempo necessário para a fabricação de protótipos usados no desenvolvimento de novos produtos.

Também no campo da modelagem e simulação de embalagens metálicas pode-se citar um artigo [1] que procura prever o comportamento mecânico de uma lata de alumínio no que diz respeito a entalhe, flambagem e perfuração. No artigo é feita uma comparação entre o resultado real e o da simulação, como mostra a figura a seguir [1].

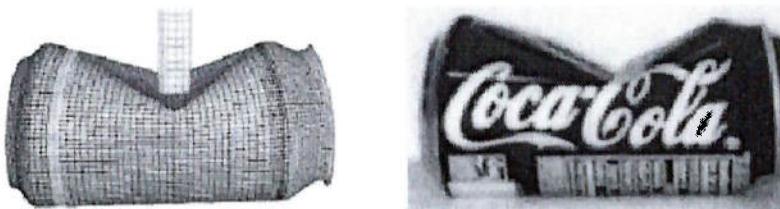


Figura 1 - Comparação entre o teste real e a simulação numérica, extraído de [1].

Foram encontrados também trabalhos que abordam diretamente o problema da otimização de embalagens metálicas. Um deles, [3], realizado por uma fabricante de latas (Carnaud Metalbox Alimentaire) em conjunto com uma fabricante de folhas (Cockerill-Sambre), tem como o objetivo a otimização de embalagens de produtos alimentícios. A otimização visa a redução da espessura da folha utilizada e, como restrição, apresenta-se a aprovação em ensaios de pressão externa (“panneling”) e de flambagem causado pelo empilhamento de latas (“crushing”). Os valores obtidos na

simulação numérica destes testes foram comparados a resultados de ensaios reais, o que permitiu a validação do procedimento. No que diz respeito ao método de otimização, foi usado o Método de Otimização Paramétrica, tendo como parâmetros de projeto a distância entre frisos, a profundidade dos frisos e a espessura da folha. Neste artigo, é discutida a vantagem de utilizar tal metodologia no desenvolvimento de novos produtos. Constatata-se que o método é eficiente para a avaliação da influência dos parâmetros de projeto no desempenho da embalagem, o que permite o desenvolvimento de latas de menor custo e maior desempenho e a solução de problemas freqüentemente encontrados em tais produtos. A eficiência do método é também demonstrada através da comparação entre o tempo típico necessário para o desenvolvimento de um produto utilizando um procedimento experimental e usando a abordagem numérica. No primeiro caso, estima-se um total de 310 horas, incluindo 200 horas de desenvolvimento de ferramentas, 60 horas para executar 360 tentativas e 50 horas para verificação da performance. Já no segundo caso, o total de horas típico cai para 70 horas, divididas em 50 horas de processamento computacional e 20 horas de análise de resultados.

Outro trabalho que envolve a simulação de testes de pressão externa (“panneling”) e flambagem por empilhamento (“crushing”) para embalagens de produtos alimentícios foi realizado pela Weirton Steel Corporation [4]. Também neste caso a simulação foi validada através de ensaios com protótipos, o que permitiu que fosse determinada a faixa de desvio típica entre o modelo e o teste real. A otimização realizada, por sua vez, teve como objetivo aumentar o desempenho da lata mantendo a espessura da folha constante. A seguir, observa-se o efeito do espaçamento entre os frisos no desempenho da embalagem, que neste caso é medido pela pressão em que ocorre flambagem.

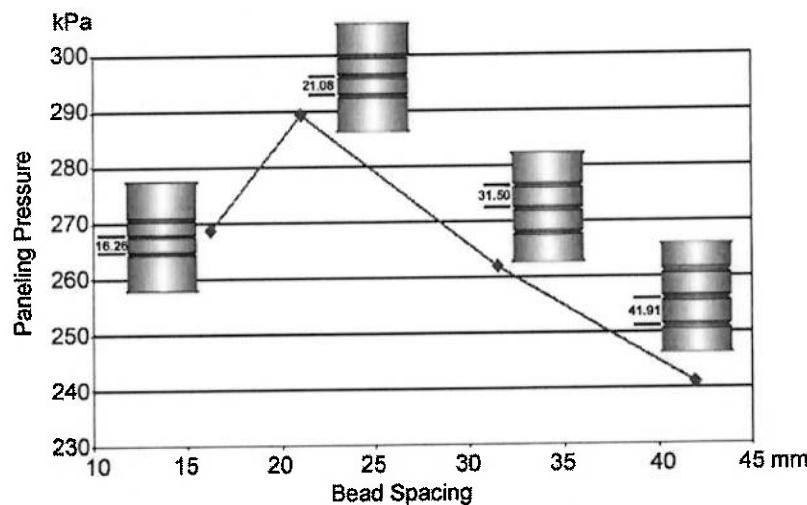


Figura 2 - Gráfico utilizado na otimização paramétrica da embalagem [4].

Também existem artigos que abordam o problema da fabricação de embalagens. O primeiro deles [5] trata da simulação do processo de estampagem. É discutido como parâmetros da ferramenta influenciam a formação de rugas e a falha do material em latas cônicas axissimétricas. Por fim, foi realizado um trabalho [6] que reúne a simulação do processo de conformação dos frisos e os testes de pressão externa e flambagem. No que diz respeito à fabricação, procura-se prever a geometria final dos frisos em função da geometria da ferramenta, como mostrado na figura a seguir [6].

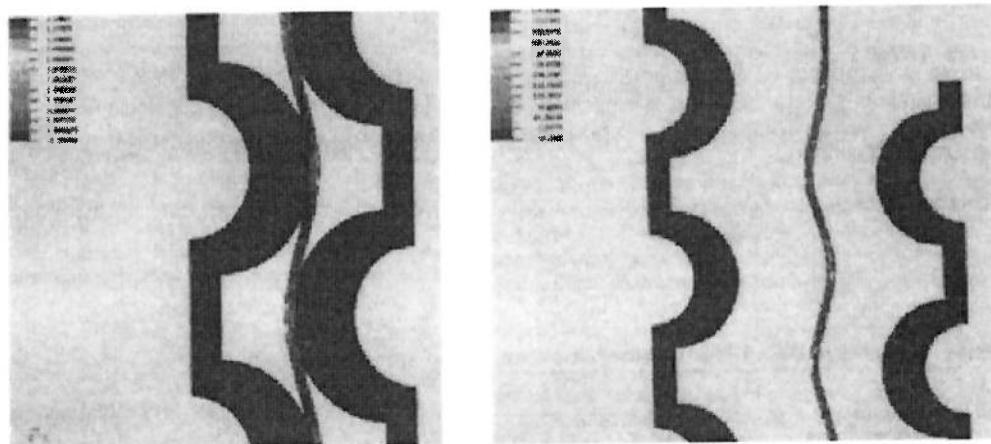


Figura 3 - Simulação do processo de conformação dos frisos [6].

Portanto, conclui-se que o tema de simulação e otimização de embalagens metálicas está em franco desenvolvimento, o que se explica pela grande redução de

custos a ele associado e sua grande eficiência em auxiliar a obtenção de soluções para novos produtos.

É neste contexto que este trabalho se insere. Com ele, pretende-se continuar a preencher a lacuna existente no que diz respeito à implementação de métodos sistemáticos de otimização em problemas industriais.

Dessa forma, o objetivo final do projeto é o desenvolvimento de uma metodologia para a otimização paramétrica das dimensões de embalagens metálicas. A otimização visa maximizar o desempenho das embalagens considerando alguns dos testes especificados na norma para homologação de tais produtos. Para que o objetivo final seja alcançado, foi necessário estabelecer como meta intermediária a realização de simulações computacionais de tais ensaios.

Neste trabalho, a metodologia desenvolvida foi aplicada a uma lata cilíndrica, que necessita de aprovação em testes de pressão hidráulica interna e de queda.

Inicialmente, devem ser realizadas as simulações computacionais de testes especificados na norma. Para isso, utiliza-se o Método de Elementos Finitos (MEF). Neste caso, dadas as condições dos testes, o MEF é usado em análises não lineares. Isso ocorre porque as embalagens estão sujeitas a grandes deslocamentos e deformações. Outra característica da implementação do MEF neste trabalho é o uso da formulação explícita, adequada a problemas de dinâmica estrutural.

Na segunda parte do trabalho, desenvolveu-se uma metodologia para a otimização de embalagens metálicas, que maximiza o desempenho das embalagens considerando alguns dos testes especificados em norma. Na otimização, dentre os diversos métodos existentes, como o Método de Otimização Topológica, Otimização de Forma e Otimização Paramétrica, este último foi escolhido, pelas características do produto e de seu processo de fabricação. A Otimização Paramétrica procura soluções ótimas através da variação de alguns parâmetros da geometria, que neste caso estão relacionados, por exemplo, aos frisos existentes na lata, aos carimbos introduzidos em sua superfície por estampagem e etc. Para a realização da Otimização Paramétrica, devem ser utilizadas técnicas que permitam avaliar a combinação dos diversos parâmetros. Uma técnica bastante difundida é a da Superfície de Resposta.

2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ENSAIOS MECÂNICOS EM EMBALAGENS METÁLICAS

2.1 Formulação Teórica

Para as simulações dos ensaios foi utilizado o Método de Elementos Finitos (MEF) [7], em sua formulação explícita [9], adequada a problemas de dinâmica estrutural. Essa formulação é baseada na solução da seguinte equação diferencial aplicada à estrutura discretizada em elementos finitos:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

onde: \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} a matriz de amortecimento, \mathbf{K} a matriz de rigidez, $\ddot{\mathbf{u}}$ o vetor de aceleração, $\dot{\mathbf{u}}$ o vetor de velocidades, \mathbf{u} o vetor de deslocamentos e \mathbf{f} o vetor de carregamento. Na formulação explícita, como o problema é dinâmico, discretiza-se o tempo de ensaio em intervalos finitos e resolve-se a eq.(1), por integração numérica, a cada um deles.

Para realizar as simulações, foi necessário definir um modelo de material. Dado que as embalagens estão sujeitas a plastificação, foi necessário utilizar um modelo de material plástico. Para este trabalho, foi escolhido o modelo de material bi-linear isotrópico, cuja curva característica é mostrada a seguir.

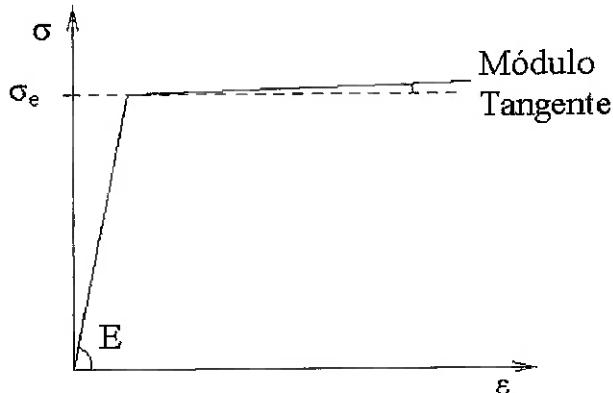


Figura 4 - Curva tensão-deformação característica para um material bi-linear isotrópico

Observa-se que até que a tensão de escoamento (σ_e) seja atingida, o material se comporta de maneira elástica, segundo a Lei de Hooke:

$$\sigma = E\epsilon \quad (2)$$

onde E é o módulo de Young do material e ϵ a deformação.

Após a tensão de escoamento ser alcançada, a tensão e a deformação (ϵ) continuam tendo uma relação linear. Entretanto, ao invés do módulo de Young (E), a constante de proporcionalidade passa a ser o módulo tangente do material.

Quanto ao tipo de elemento utilizado para a discretização da embalagem, tanto para o ensaio de pressão quanto para o de queda, optou-se pelo elemento de casca usado em análises explícitas (SHELL163). Isso foi feito devido ao fato de este elemento ser adequado a estruturas com razão de aspecto (comprimento/espessura) grandes, o que é o caso da folha de flandres usada nas latas. O elemento de casca considera tanto flexão quanto tração e compressão, ou seja, combina os elementos de placa e de membrana. Na figura a seguir, é mostrado um esquema do elemento.

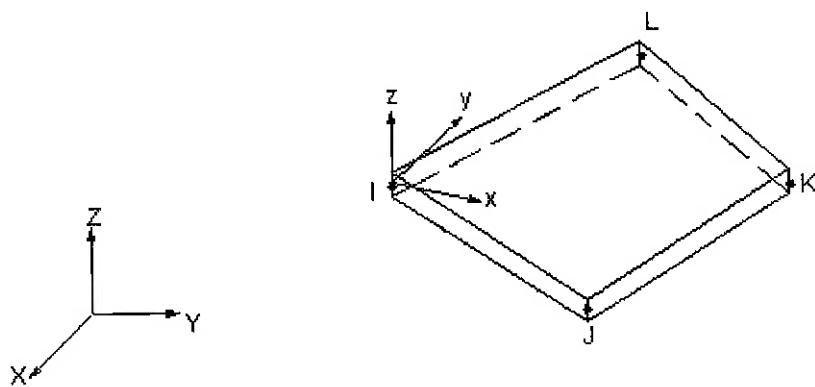


Figura 5 - Representação esquemática do elemento SHELL163

O sistema de coordenadas XYZ é global e xyz é o sistema de coordenadas local. Os ângulos I, J, K e L são os nós do elemento.

Uma particularidade da simulação de pressão hidrostática interna é o uso de uma técnica chamada Relaxação Dinâmica. No ensaio real, a pressão é aplicada de maneira quase-estática, por um intervalo de tempo da ordem de 1 minuto. Entretanto,

a simulação numérica de um intervalo de tempo desta ordem é praticamente inviável, dado o tempo computacional necessário. Sendo assim, a Relaxação Dinâmica é aplicada para contornar o problema. A idéia deste procedimento numérico é tentar impor à lata, a cada passo de tempo, amortecimento crítico. Sendo assim, pode-se simular a aplicação da pressão em um intervalo de tempo menor e, ainda sim, evitar os efeitos dinâmicos que seriam esperados sem o uso de Relaxação Dinâmica. Estes efeitos são a ocorrência de “overshooting” no deslocamento dos nós da malha e posterior vibração não-amortecida da estrutura. Utilizando a Relaxação Dinâmica, procura-se obter, como ocorre no teste real, curvas de deslocamento dos nós sem “overshooting” e posterior vibração, já que o amortecimento é crítico.

Sendo o ensaio de pressão quase-estático, pode-se questionar o motivo de se utilizar uma análise explícita. Isso ocorre devido a um fenômeno chamado de “snap-through” [7], ao qual a lata está sujeita durante o teste de pressão. Esse fenômeno se dá quando, durante a aplicação de um carregamento, a força de restituição elástica muda de sentido, passando pelo valor 0, o que faz com que a matriz de rigidez da estrutura torne-se não inversível. Uma representação esquemática do fenômeno é mostrada na figura a seguir.

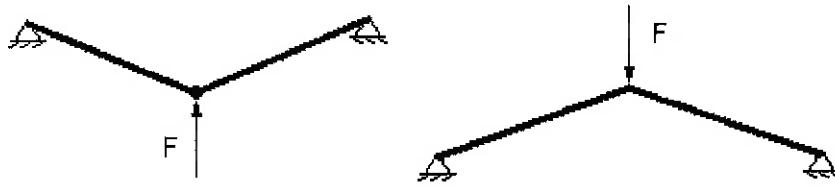


Figura 6 - Representação do fenômeno "snap-through"

Observa-se na Figura 6 que, na primeira situação, a força de restituição elástica tem sentido contrário daquele que age na segunda situação. Ocorre que, entre estes dois instantes, a força assume valor 0, caracterizando o “snap-through”.

2.2 Implementação Numérica

Para que a metodologia de otimização desenvolvida seja viável, é necessário que os parâmetros da geometria das embalagens e dos testes possam ser modificado

com facilidade, sem que o usuário tenha de alterá-los manualmente dentro do software de elementos finitos a cada nova simulação.

Sendo assim, foi realizada a parametrização da geometria da lata e dos ensaios, e criada uma interface de fácil compreensão no software EXCEL.

A planilha de interface com o usuário deve ser preenchida com valores relativos à geometria da embalagem, à malha de elementos finitos utilizada, às propriedades dos materiais usados no modelo e aos parâmetros dos ensaios. Os itens relativos à geometria da embalagem, para a lata cilíndrica ensaiada, são os seguintes:

- Diâmetro;
- Altura;
- Espessura da folha de flandres no corpo da lata;
- Espessura da folha de flandres na tampa e no fundo da lata;
- Espessura da recravação;
- Altura da recravação;
- Número de picos dos frisos;
- Distância entre picos dos frisos (dpicos);
- Profundidade dos frisos,
- Distância dos frisos à borda (dborda).

Na figura a seguir, pode-se observar o modelo geométrico parcial de uma embalagem.

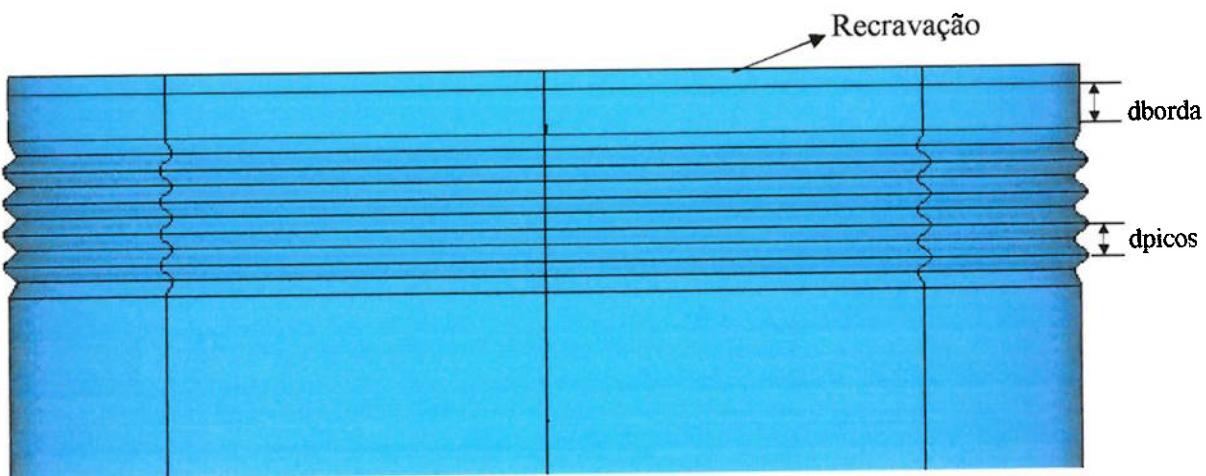


Figura 7 – Modelo geométrico parcial de uma embalagem

Em relação à malha, devem ser inseridos na planilha o número de elementos em 1/8 do perímetro circular da embalagem, o número de elementos em 1/4 de seno dos frisos (observe-se, da Figura 7, que o friso pode ser aproximado por uma senóide) e o tamanho básico do elemento, que é um parâmetro usado pelo software de elementos finitos na criação da malha.

As propriedades do material da lata utilizadas na modelagem são as seguintes:

- Módulo de Elasticidade (E);
- Coeficiente de Poisson (ν);
- Tensão de Escoamento (σ_e);
- Módulo Tangente;
- Densidade (ρ).

Além disso, no ensaio de queda a lata é preenchida com água. As propriedades necessárias para a modelagem do fluido contido são as seguintes:

- Módulo de Compressibilidade;
- Densidade (ρ).

Em relação aos ensaios, para o teste de pressão é necessário especificar a pressão, o tempo percorrido até que a pressão chegue de 0 até seu valor final e o tempo de estabilização. Já para o ensaio de queda é necessário especificar a altura de queda e a aceleração da gravidade local.

Com esses valores, são calculados, em uma planilha auxiliar de geometria, alguns pontos-chave usados na geração do modelo. Tais pontos são utilizados na planilha escrita na linguagem de projeto paramétrico do ANSYS [8] (APDL, do inglês “ANSYS Parametric Design Language”) para que sejam criadas as linhas e áreas do modelo geométrico. Nessas áreas, é criada a malha de elementos finitos, com os parâmetros citados acima. Uma vez criada a malha, são aplicadas as condições de contorno do problema. Para o teste de queda, antes da aplicação das condições de contorno, é criada a superfície de impacto.

A partir desta planilha, escrita em APDL, é criado, dentro do EXCEL, um arquivo do tipo “.txt”, que é lido pelo software de elementos finitos, neste caso o LS-DYNA/ANSYS. Na figura a seguir, é mostrado um fluxograma do processo descrito.

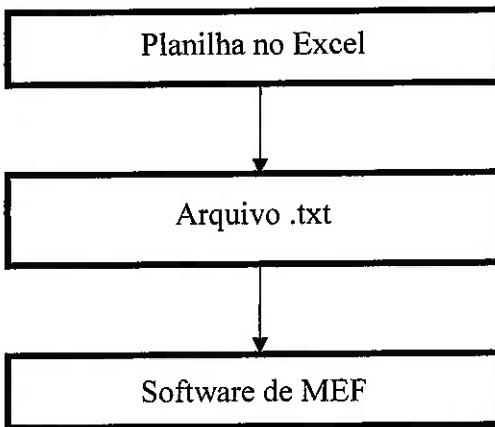


Figura 8 - Fluxograma de realização dos ensaios

2.3 Simulações realizadas

Foram realizadas duas simulações nesta etapa do trabalho, relativas aos testes de pressão hidráulica interna e queda de uma lata cilíndrica com as seguintes características:

- Diâmetro: 180 mm;
- Altura: 290 mm;
- Espessura da folha de flandres no corpo da lata: 0,25 mm;
- Espessura da folha de flandres na tampa e no fundo da lata: 0,24mm;
- Espessura da recravação: 1,2 mm;
- Altura da recravação: 3 mm.
- O material da lata é folha de flandres, com as seguintes propriedades [10]:
- Módulo de Elasticidade (E): 200 GPa;
- Coeficiente de Poisson (ν): 0,3;
- Tensão de Escoamento (σ_e): 419,396 MPa;
- Módulo Tangente: 129,53 MPa;
- Densidade (ρ): 7800 kg/m³.

A seguir, os testes realizados serão descritos.

2.3.1 Teste de pressão hidráulica interna

Para o teste de pressão hidráulica interna, dada a simetria da lata, foi realizada a simulação de metade da embalagem, engastando-se os nós no plano de simetria. A malha utilizada é mostrada a seguir, com elementos de casca de 4 nós.

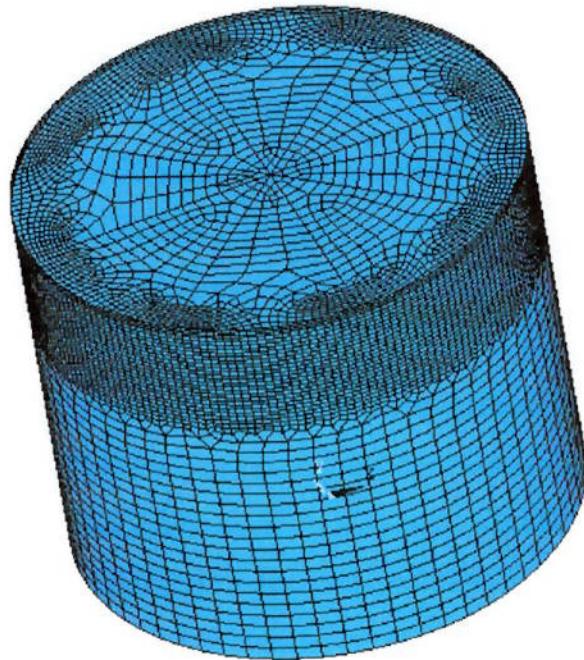


Figura 9 - Modelo de meia lata usado no teste de pressão

Nesta simulação, foram usados 9086 elementos e 9094 nós. Pela simetria da lata, realizou-se apenas a simulação de meia lata, engastando-se os nós no plano de simetria. A pressão foi aplicada em uma direção normal a superfície da lata, no sentido de dentro para fora. A magnitude da pressão aplicada pode ser observada na seguinte curva:

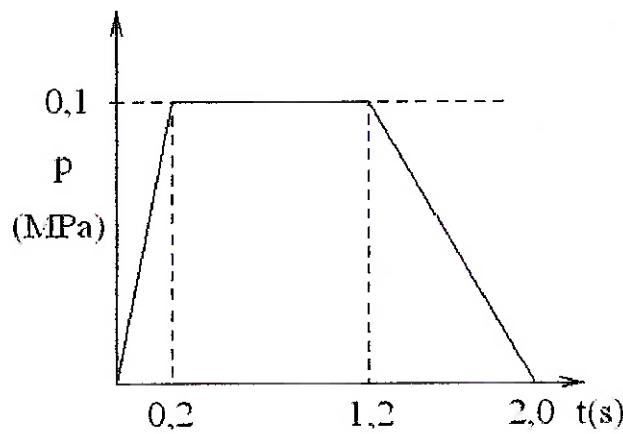


Figura 10 - Aplicação de pressão

Note-se que, como consta na seção 4.1, a relaxação dinâmica é utilizada no primeiro trecho, até 0,2 s. O resultado da simulação é mostrado a seguir.

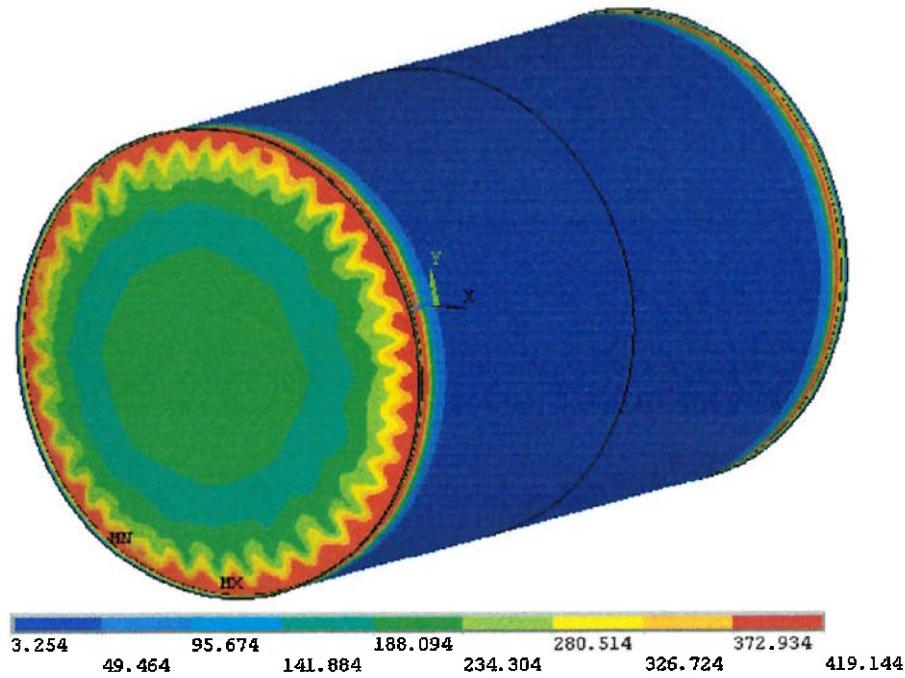


Figura 11 - Resultado do teste de pressão, em termos da tensão de von Mises

Nota-se que as maiores tensões ocorrem junto à recravação, onde as latas de fato falham com maior freqüência. Outro resultado interessante é a formação de uma onda de tensão nas proximidades da recravação, indicando a ocorrência de uma

flambagem na região. Além disso, nota-se que as tensões máximas alcançadas são muito próximas à tensão de escoamento do material.

2.3.2 *Ensaio de queda*

No caso do ensaio de queda, a lata foi completamente enchida com água, modelada com as seguintes características:

- Módulo de compressibilidade: 2,21 GPa;
- Densidade (ρ): 1000 kg/m³;

A água foi modelada com elementos sólidos tetragonais (SOLID164) e estrutura da lata com elementos de casca (SHELL163) de três nós. Foi necessário, ainda, definir uma superfície de impacto, inclinada de 0,5° para simular imperfeições no caso real. Tal superfície é um elemento SOLID164 indeformável. A altura de queda é de 914 mm, e, com isso, a lata chega à superfície com velocidade de 4,44 m/s. Para diminuir o tempo computacional necessário, inicia-se a simulação com a lata próxima à superfície de impacto, com velocidade de 44 m/s. O modelo utilizado no ensaio, com 5435 nós e 15505 elementos, é mostrado a seguir.

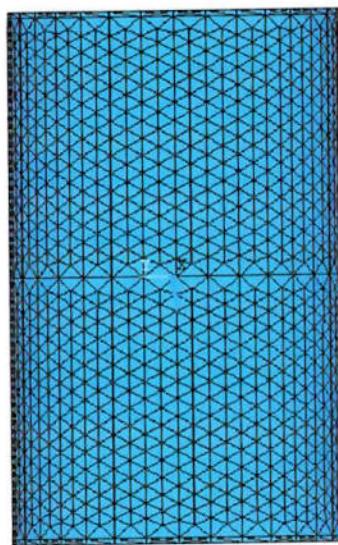


Figura 12 - Modelo usado no ensaio de queda

No caso do ensaio de queda, o modelo não tem vínculos. A lata é submetida à aceleração da gravidade e às forças advindas do impacto com a superfície de contato.

O resultado da simulação é mostrado a seguir, em termos das tensões de Von Mises 0,3 s após o choque.

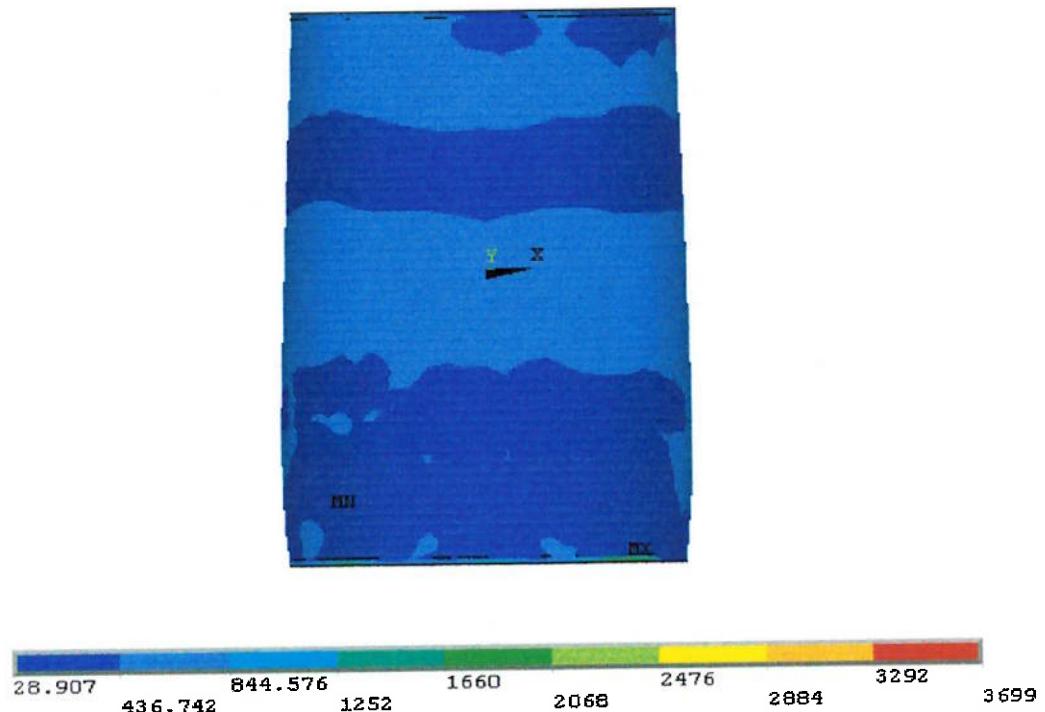


Figura 13 - Configuração deformada da lata e tensões de Von Mises

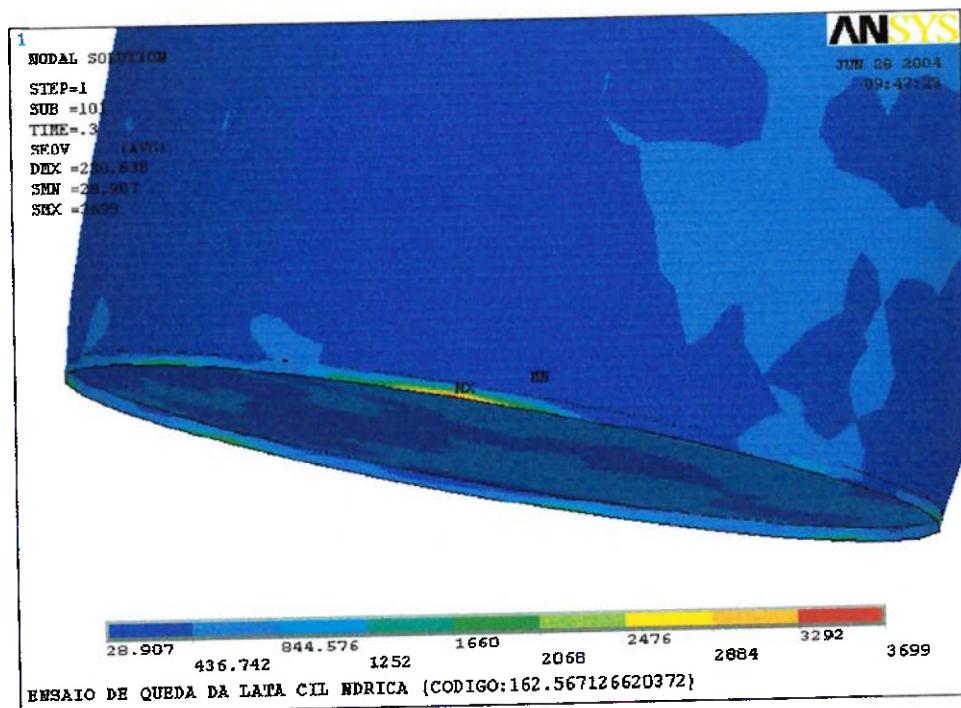


Figura 14 - Detalhe da concentração de tensões na recravação

Pode-se observar que, com os parâmetros utilizados, há plastificação de uma grande parte do material da lata. Na Figura 14, nota-se, ainda, uma grande concentração de tensões na região da recravação. Tal concentração é bastante pontual e pode ser interpretada como um resultado numérico que, fisicamente, significaria provável ruptura do material. Deve-se lembrar que o modelo de material utilizado, bi-linear isotrópico, não prevê ruptura.

Como conclusão dos ensaios realizados, verifica-se, portanto que a região crítica da embalagem é a recravação, onde tampa e fundo são fixados ao corpo da lata.

3 METODOLOGIA PARA A OTIMIZAÇÃO DE EMBALAGENS METÁLICAS

3.1 Definição da função objetivo

No desenvolvimento de uma metodologia para a otimização de embalagens metálicas, a primeira etapa é definir a função objetivo, ou seja, a figura de mérito que deve ser maximizada ou minimizada. Como pôde ser observado nos resultados das simulações dos ensaios de pressão hidráulica interna e de queda, a região crítica das embalagens é a recravação. Deste fato, conclui-se que é necessário obter uma configuração de lata que, para a mesma espessura e carregamentos, apresente menores tensões nos pontos da recravação. Dessa forma, como função objetivo, procurou-se utilizar uma variável que represente a magnitude da solicitação a que está sujeita a recravação. Sendo assim, definiu-se a tensão equivalente de von Mises média, nos nós da recravação como função objetivo. A tensão de von Mises é definida pelo critério de falha de Máxima Energia de Distorção [11] e, em termos das tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , na forma usada em problemas de elasticidade, pode ser escrita como:

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

Estando definida a função objetivo é necessário estabelecer as variáveis de projeto. Associada a isto está a escolha do método de otimização estrutural a ser utilizado, que será apresentada na próxima seção.

3.2 Definição do método de otimização e das variáveis de projeto

A seguir, serão mostradas as três principais abordagens em otimização estrutural: otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica. Dessa forma, será possível avaliar a mais adequada para aplicação em otimização de embalagens metálicas. Na otimização paramétrica, as variáveis de projeto são dimensões ou razões entre dimensões da peça, o que implica uma definição prévia do

formato da peça. Já a otimização de forma permite que o formato da estrutura seja alterado durante o processo de otimização, até que seja encontrada a solução ótima. Para a análise da estrutura durante o processo de otimização é utilizado, em geral, o Método de Elementos Finitos, devido às formas complexas que podem ser obtidas. Entretanto, a otimização de forma apresenta a desvantagem de que deve ser feito, a cada iteração, um remalhamento da estrutura, que pode conduzir a resultados inadequados na análise. Já a otimização topológica tem como objetivo encontrar a distribuição de material ótima em um domínio discretizado, alterando os valores de densidades em cada um dos elementos da malha, durante o processo iterativo. Desta forma, permite obter vazios e furos na topologia da peça, o que resulta em aumento de desempenho e redução da massa. Além disso, como a malha é definida previamente, não há o problema do remalhamento, como ocorre na otimização de forma. Na figura a seguir são representadas as três abordagens de otimização discutidas.

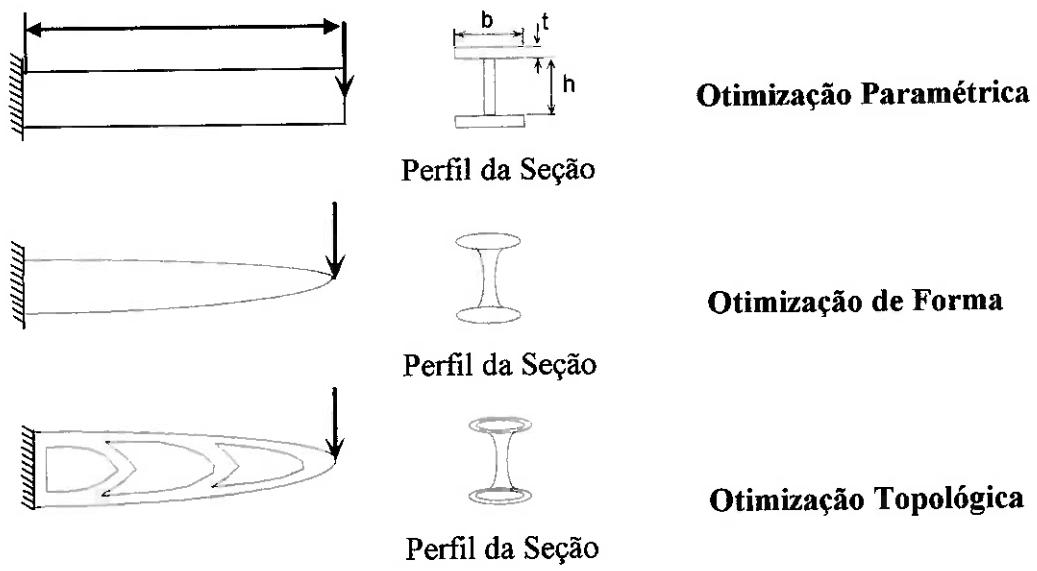


Figura 15 - Solução de um problema de otimização estrutural através de diferentes abordagens

No caso de embalagens metálicas, a otimização paramétrica mostra-se o método mais conveniente. Isso decorre do fato de as peças terem um formato fixo, relacionado com a função das latas e de seu processo de fabricação. O que pode ser alterado na configuração das latas é a adição de frisos circunferenciais ou carimbos,

o que vem resultando em aumento de desempenho em relação a diversos testes, como empilhamento e pressão externa [3][4].

Especificamente para embalagens metálicas cilíndricas, carimbos nas laterais não são utilizados. Desta forma, as variáveis de projeto serão parâmetros relacionados aos frisos. Os frisos, que trabalham também em flexão, deformam-se e, com isso, armazenam parte da energia de deformação da lata, aliviando as tensões em regiões mais críticas. Após revisão bibliográfica no tema descrita da seção 1, verificou-se que dois parâmetros de grande relevância no comportamento mecânico da lata em relação aos testes realizados são a distância entre picos dos frisos (dpicos) e a distância dos frisos à borda (dborda) (ver Figura 7).

3.3 Método de Superfície de Resposta aplicado ao projeto de embalagens metálicas

O método de otimização paramétrica será utilizado para determinar a configuração da lata com a qual se obtém menor média das Tensões de von Mises nos nós da recravação. Tal configuração é uma combinação dos valores ótimos das variáveis de projeto, que neste caso são a distância entre picos dos frisos e a distância do primeiro pico à recravação.

Considerando a complexidade do comportamento mecânico das embalagens nos testes, não é possível descrever analiticamente a função objetivo e seus gradientes em relação às variáveis de projeto. Sendo assim, será necessário utilizar na otimização a técnica de Superfície de Resposta [12]. A metodologia de Superfície de Resposta combina técnicas de ajuste de curvas por regressão com otimização usando as curvas geradas. Como dados iniciais do método, devem ser fornecidos valores da função objetivo obtidos com alguns valores das variáveis de projeto. Com um número suficiente destes valores, que depende da quantidade de variáveis de projeto e do tipo de função se quer utilizar na regressão, o método define uma superfície que aproxima o comportamento da função objetivo em um determinado domínio. Na figura a seguir, apresenta-se a representação de uma Superfície de Resposta.

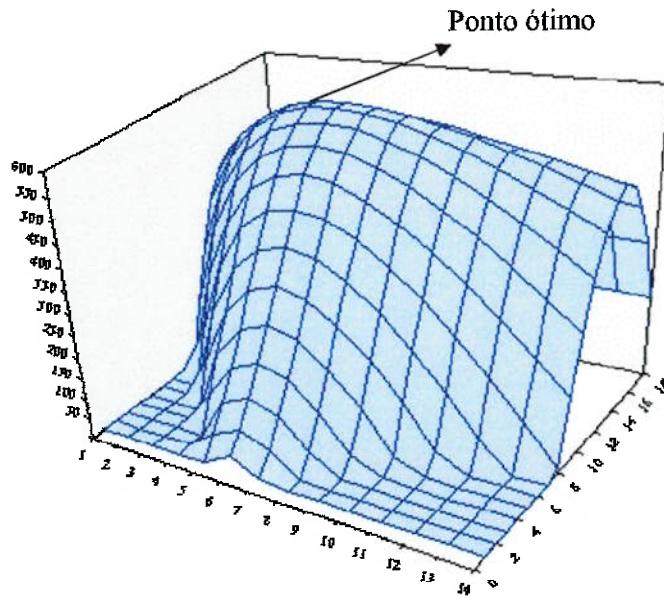


Figura 16 - Representação de uma Superfície de Resposta

Polinômios são o tipo de função mais utilizado em superfícies de resposta [12], por causa de sua simplicidade. Neste trabalho, serão utilizados polinômios quadráticos. Dessa forma, a superfície de resposta pode ser descrita pela seguinte equação, em função das variáveis de projeto.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 \quad (4)$$

Pode-se, agora, definir, $x_3 = x_1^2$, $x_4 = x_2^2$, $x_5 = x_1 x_2$. Dessa forma, a eq.(4) torna-se uma regressão linear, descrita por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 \quad (5)$$

Os coeficientes β são obtidos através do método de mínimos quadrados, segundo o procedimento descrito a seguir.

Para o caso da eq.(5), temos 6 coeficientes a determinar. Para isso, devem ser obtidos, n valores da função objetivo y : y_1, y_2, \dots, y_n , combinando-se valores das variáveis de projeto. Além disso, define-se como x_{kn} o valor assumido pela variável

x_k no ensaio n . Assim, pode-se escrever a superfície de resposta na forma matricial da seguinte forma:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{E} \quad (6)$$

onde:

$$\mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{51} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{52} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{5n} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{Bmatrix} \text{ e } \mathbf{E} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{Bmatrix}$$

\mathbf{E} é o vetor de erros associados à estimativa dos y_n através do vetor $\boldsymbol{\beta}$.

Utilizando o método dos mínimos quadrados (MMQ) [12], tem-se que o vetor $\boldsymbol{\beta}$, pode ser determinado da seguinte equação:

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (7)$$

Descrito o método de Superfície de Resposta, resta agora determinar quais combinações de valores das variáveis de projeto devem ser utilizadas para gerar a superfície, de forma obter a melhor aproximação possível. Uma técnica bastante utilizada para solucionar este problema é chamada Projeto de Experimentos (DOE, do inglês “Design of Experiments”), e será descrita a seguir.

3.4 Projeto de Experimentos

Projeto de Experimentos (DOE) é uma técnica utilizada para determinar quais combinações entre variáveis de projeto devem ser utilizadas para melhor avaliar o comportamento da função objetivo. Entre os diversos métodos de DOE, um dos mais populares para uso computacional é o projeto D-ótimo (do inglês “D-optimal design”), que será descrito a seguir [12].

Primeiramente, com as variáveis de projeto normalizadas entre -1 e 1 define-se uma matriz de momento, da seguinte forma:

$$\mathbf{M}_o = \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{k} \quad (8)$$

Segundo esta técnica, a seleção dos pontos dos ensaios deve ser a que maximiza o determinante da matriz de momento. Uma medida da optimalidade da seleção dos pontos é a eficiência-D (D_{eff} do inglês “D-efficiency”). Tal escalar, que deve ser maximizado para que se obtenha a configuração ótima para os ensaios, é expresso por:

$$D_{eff} = \frac{|\mathbf{M}_o|^{1/p}}{k} \quad (8)$$

onde $p = k+1$.

A implementação dessa técnica consiste, basicamente em calcular para vários conjuntos de pontos o escalar D_{eff} e selecionar o conjunto ótimo. Neste trabalho, não foi utilizada a técnica de Projeto de Experimentos, já que usou-se apenas duas variáveis de projetos. Entretanto, para problemas com um grande número de variáveis de projeto, o uso da técnica é bastante recomendável.

3.5 Determinação da configuração ótima a partir da Superfície de Resposta

Utilizando a técnica de Superfície de Resposta, obtém-se uma expressão que aproxima o valor da função objetivo (neste caso a tensão de von Mises média na recravação) para cada configuração das variáveis de projeto. Resta agora determinar a configuração ótima dentro dos limites inferiores e superiores das variáveis de projeto. Para o caso de embalagens metálicas, tais limites são determinados pelo seu processo de manufatura.

A técnica de Superfície de Resposta permite que o projetista utilize qualquer tipo de função matemática para aproximar o comportamento da função objetivo. Tal decisão é realizada através de uma análise prévia da distribuição dos pontos obtidos nos ensaios. Considerado a variedade de funções que pode ser usada, constata-se também um grande número de técnicas de otimização possíveis.

Em problemas de pouca complexidade, pode-se utilizar o cálculo das derivadas parciais da função que aproxima a função objetivo em relação às variáveis de projeto para encontrar máximos locais da mesma. Verifica-se um ponto ótimo na condição em que as derivadas parciais anulam-se. Em problemas de maior complexidade, torna-se necessário empregar outros métodos de otimização [13], como o Método de Multiplicadores de Lagrange, Métodos de Busca, Programação Geométrica, Programação Linear e Programação Quadrática.

Multiplicadores de Lagrange são utilizados em casos em que as restrições são representadas por igualdades. Já os diversos métodos de busca são em geral bastante robustos e tratam da avaliação de diversas configurações das variáveis independentes para encontrar o ponto ótimo. A Programação Geométrica pode ser utilizada quando a função objetivo é aproximada por uma somatória de polinômios. A Programação Linear é aplicada quando a função objetivo e as restrições são lineares em relação às variáveis de projeto e a Programação Quadrática quando tal dependência for quadrática [13].

Tendo em vista o objetivo de que o método de otimização de embalagens metálicas proposto seja genérico, será utilizada na busca da configuração ótima a função “fmincon”, do software MATLAB. Esta função tem como argumentos os valores iniciais das variáveis de projeto, restrições lineares e não lineares em forma de igualdades e desigualdades, valores mínimos e máximos das variáveis de projeto e a função que descreve a Superfície de Resposta. Como saídas, são obtidos os valores ótimos da Superfície de Resposta e das variáveis de projeto e a informação de quais restrições de desigualdade ficaram ativas ao final do processo de otimização. A função “fmincon” é bastante genérica por combinar no mesmo problema diversas técnicas de otimização como as citadas acima.

3.6 Implementação Numérica da Metodologia Proposta

Considerando os itens discutidos nas seções anteriores, pode-se representar a implementação numérica da metodologia de otimização de embalagens metálicas proposta através do seguinte fluxograma.

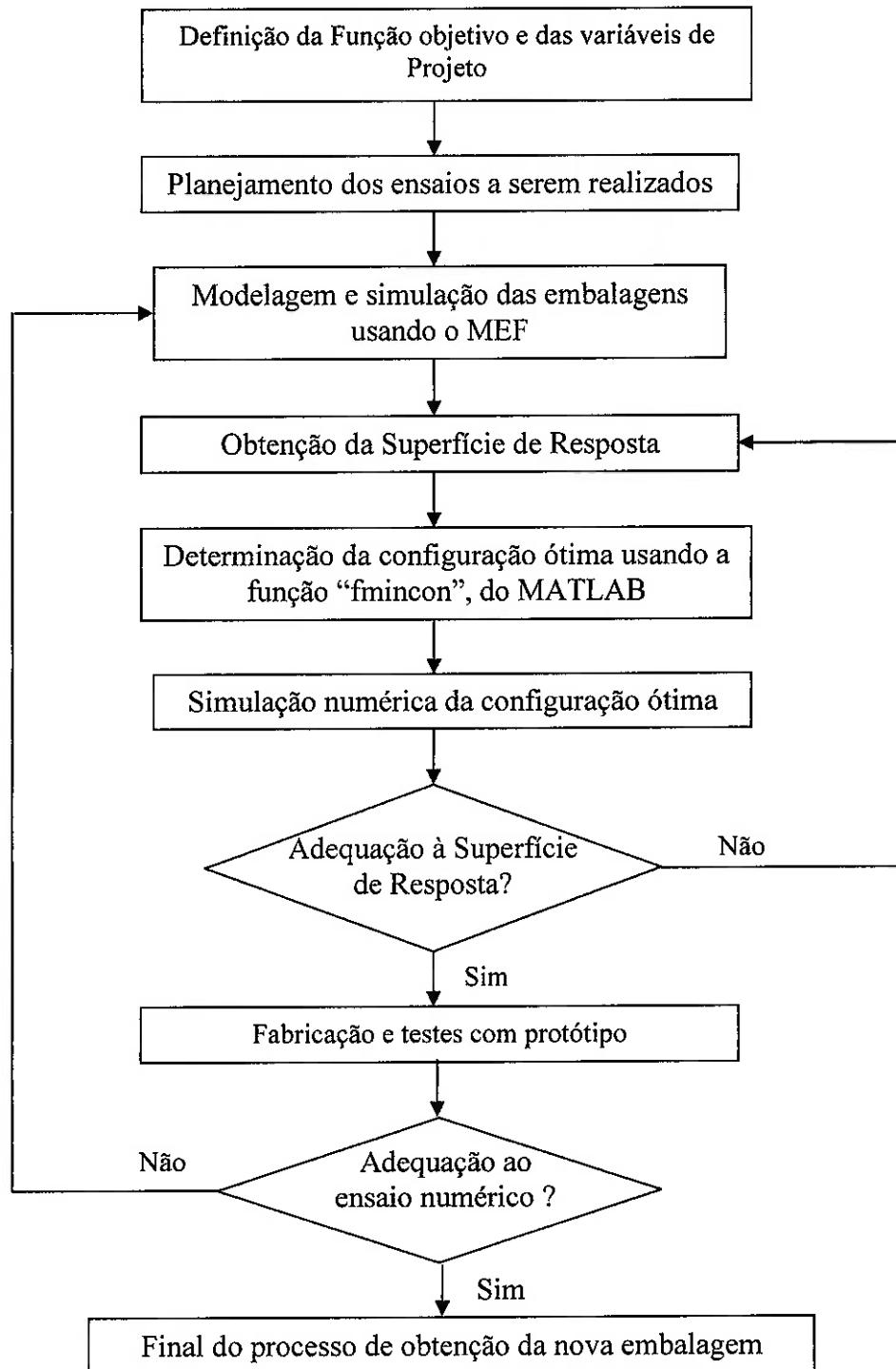


Figura 17 - Fluxograma do método proposto

Observa-se que em duas etapas o método apresenta testes de adequação. O primeiro deles tem relação com o tipo de função matemática escolhida pelo usuário para aproximar a função objetivo e o segundo avalia a qualidade do modelo utilizado para a simulação dos ensaios.

A seguir, a metodologia proposta é aplicada à otimização de uma lata cilíndrica que deve passar por testes de pressão hidráulica interna e de queda.

3.7 Aplicação da metodologia à otimização de uma embalagem cilíndrica

Nesta seção, a metodologia apresentada nos itens anteriores é aplicada à obtenção de uma lata cilíndrica. A seguir, será apresentado o estudo da influência das variáveis de projeto, distância entre picos e distância da borda, no valor da função objetivo para os testes de pressão hidráulica interna e de queda.

3.7.1 Ensaio de Pressão Hidráulica Interna

Antes do planejamento dos ensaios a serem realizados, foram realizadas duas simulações para verificar se a aplicação de frisos na lateral da lata modifica o valor da função objetivo. Os ensaios foram realizados com uma lata com as seguintes características:

- Diâmetro: 168 mm;
- Altura: 187 mm;
- Espessura da folha de flandres no corpo: 0,23 mm;
- Espessura da folha de flandres na tampa e no fundo: 0,25 mm;
- Base da recravação: 1,2 mm;
- Altura da recravação: 3 mm.

Em relação à lata frisada foram considerados os seguintes parâmetros para os frisos:

- Número de picos: 5;
- Altura do friso: 5,00 mm;
- Distância entre picos: 10,00 mm;

- Distância entre picos: 10,00 mm;
- Distância da borda: 7,00 mm.

O material, a malha e a aplicação de pressão têm as mesmas características do ensaio descrito na seção 2.3.1.

A seguir, são apresentados os resultados obtidos nas duas simulações, em termos das tensões de von Mises nos nós:

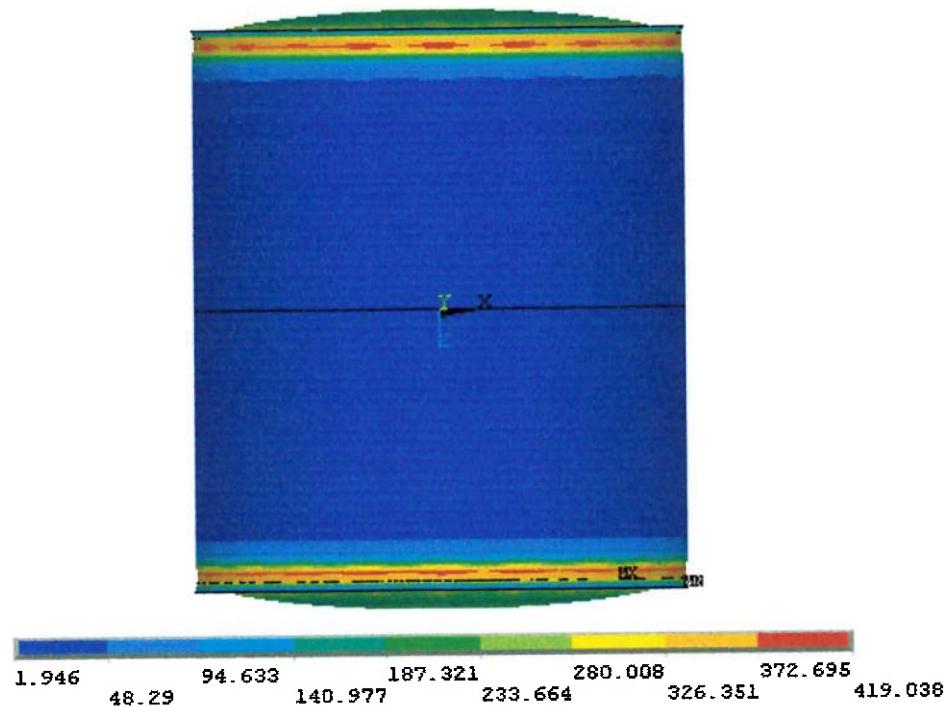


Figura 18 - Embalagem sem frisos - Ensaio de Pressão

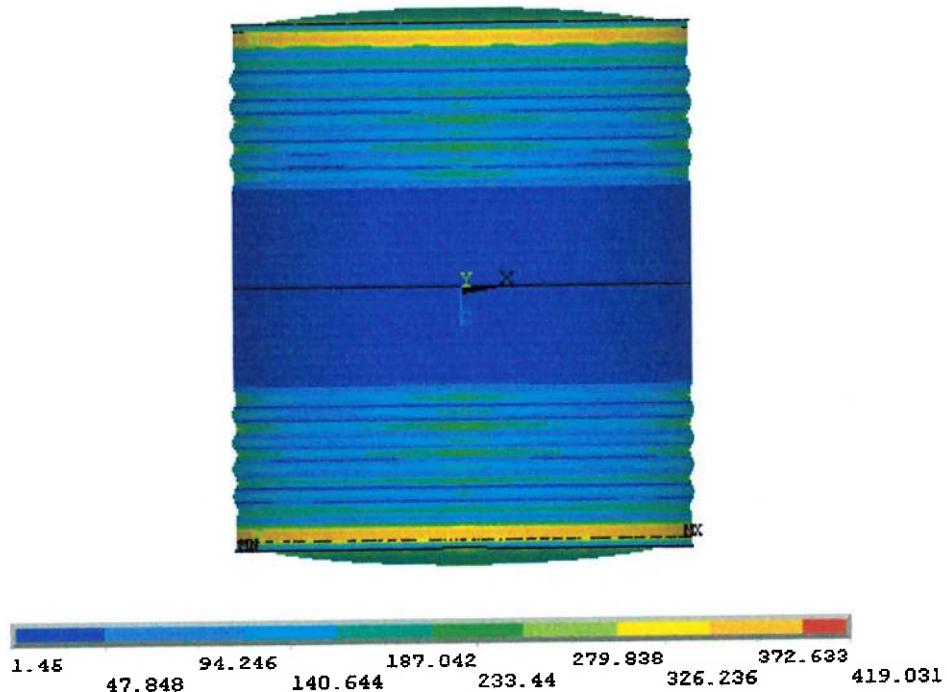


Figura 19 - Embalagem com frisos - Ensaio de Pressão

Pode-se observar nas figuras acima que as tensões de von Mises em geral não se alteram, com exceção da região em que estão localizados os frisos. Nestes nós, a tensão de von Mises é maior que no restante da lateral da lata. Isso ocorre porque os elementos dos frisos passam trabalham não apenas em tensão e compressão, mas também em flexão.

A seguir serão apresentadas as vistas de topo das duas embalagens.

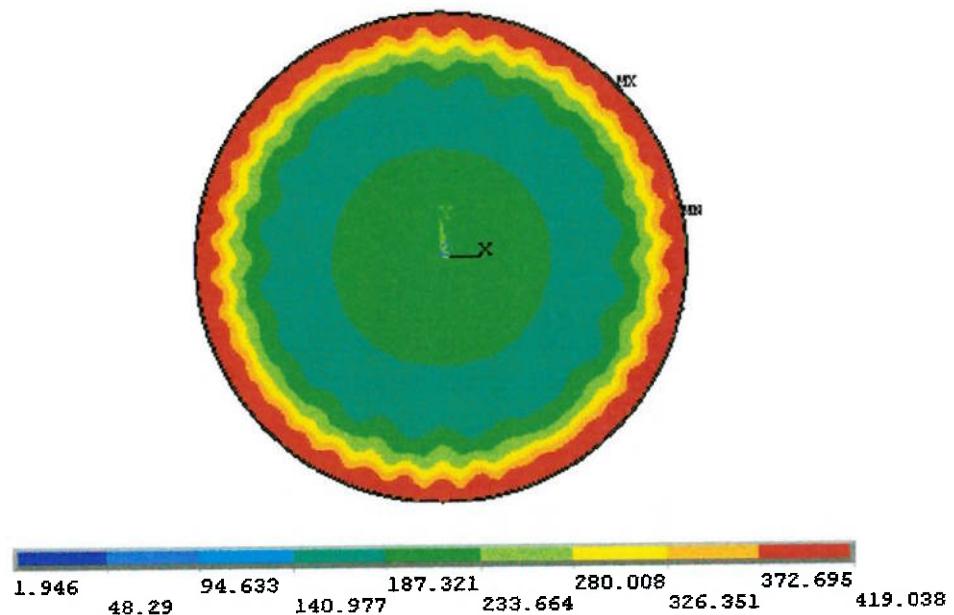


Figura 20 - Embalagem sem frisos - Ensaio de Pressão

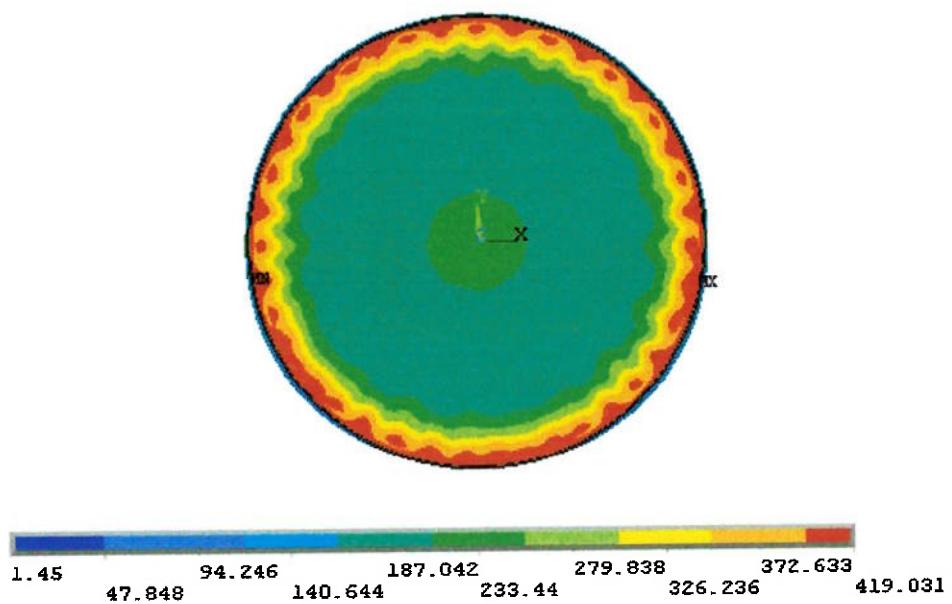


Figura 21 - Embalagem com frisos - Ensaio de Pressão

Verifica-se que a distribuição das tensões de von Mises é bastante semelhante e que na região da recravação, a magnitude das tensões praticamente não se altera. Isso ocorre porque, no ensaio de pressão, a tampa e o fundo da lata comportam-se

como uma placa circular engastada e submetida a pressão uniforme. Dessa forma, a geometria do corpo da embalagem não tem influência significativa no resultado das tensões na tampa. Sendo assim, em relação ao ensaio de pressão hidráulica interna, a existência de frisos não altera de forma relevante o valor da função objetivo. A seguir, serão mostradas as simulações e análises realizadas para determinar a influência dos parâmetros do friso no resultado do teste de queda.

3.7.2 Ensaio de queda

A partir da revisão bibliográfica realizada na seção 1, fica claro que, ao contrário do apresentado no teste de pressão hidráulica interna, os frisos afetam significativamente o comportamento da lata no teste de queda.

Dessa forma, foi aplicada a metodologia proposta para a otimização de embalagens metálicas utilizando nas simulações o teste de queda. A embalagem que se pretende otimizar tem os seguintes parâmetros geométricos:

- Diâmetro: 168,00 mm;
- Altura: 187,00 mm;
- Espessura da folha de flandres no corpo: 0,30 mm;
- Espessura da folha de flandres na tampa e no fundo: 0,35 mm;
- Base da recravação: 2,00 mm;
- Altura da recravação: 3,00 mm.
- Número de picos: 5;
- Altura do friso: 5,00 mm;

O material da lata, folha de flandres, e o fluido contido em seu interior têm as características citadas na seção 2.3.1. As malhas utilizadas têm os seguintes parâmetros:

- Número de elementos em 1/8 do comprimento circunferencial da lata: 32;
- Número de elementos em cada quarto de seno dos frisos: 1;
- Tamanho básico do elemento: 10 mm.

Esses valores foram escolhidos em função do tempo computacional necessário para as simulações e procurando-se obter na malha elementos com a relação largura/altura próxima de 1.

A altura de queda foi fixada em 0,4 m e a superfície de contato é inclinada em 0,5°.

Com estes parâmetros, deve-se agora determinar que ensaios serão realizados para que seja traçada a Superfície de Resposta. Inicialmente, foram definidos os limites máximos e mínimos das variáveis de projeto:

- $1 \text{ mm} \leq d_{\text{borda}} \leq 14 \text{ mm};$
- $5 \text{ mm} \leq d_{\text{picos}} \leq 15 \text{ mm}.$

Para a Superfície de Resposta foi escolhido um polinômio quadrático da forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 d_{\text{borda}} + \beta_2 d_{\text{pico}} + \beta_3 d_{\text{borda}}^2 + \beta_4 d_{\text{pico}}^2 + \beta_5 d_{\text{borda}} d_{\text{pico}} \quad (9)$$

Como visto na seção 3.3, são necessários no mínimo 6 ensaios para determinar os coeficientes β_i 's através do método dos mínimos quadrados. Sendo assim, foram escolhidos os seguintes pontos para realização dos ensaios:

Tabela 1 - Ensaios realizados

Ensaios	Distância da borda (mm)	Distância entre picos (mm)
1	14	10
2	7	10
3	1	10
4	14	15
5	7	15
6	7	5

Os ensaios realizados são representados no gráfico a seguir:

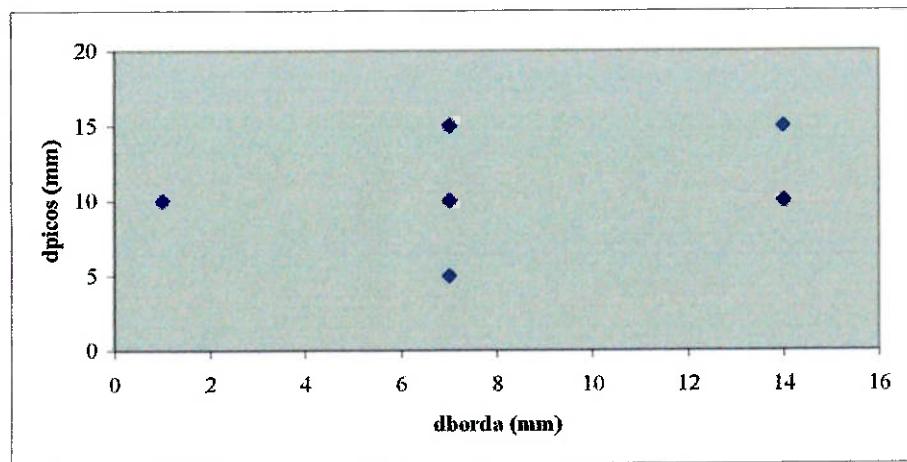


Figura 22 - Ensaios realizados

A seguir são apresentados os resultados obtidos em termos das funções de von Mises nos nós:

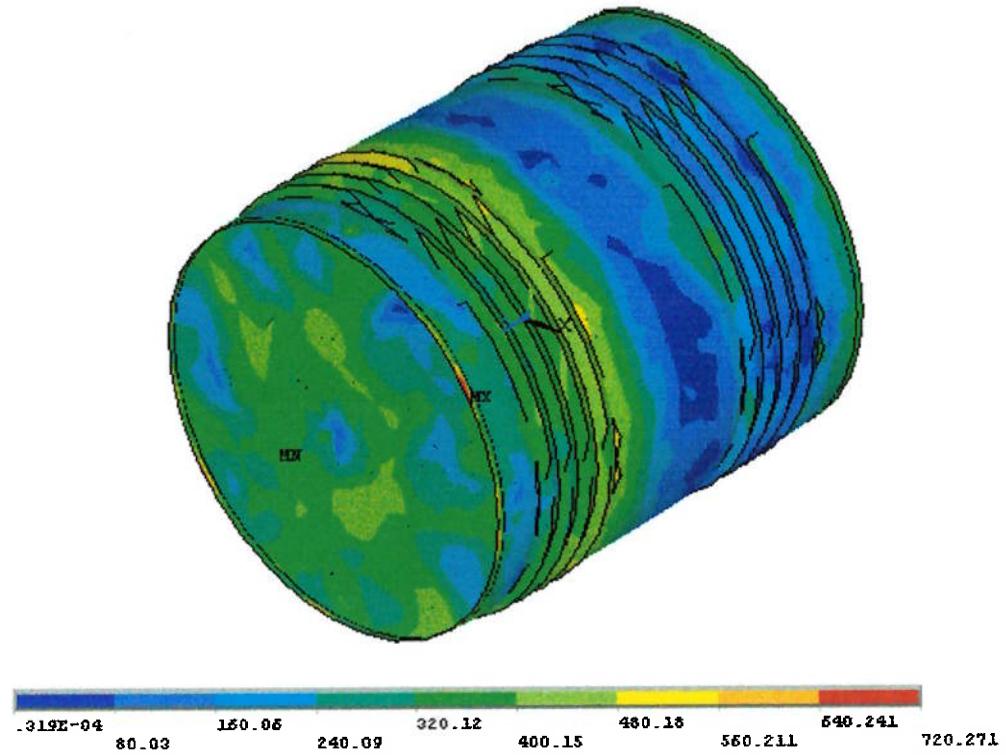


Figura 23 - Teste de queda - Ensaio 1

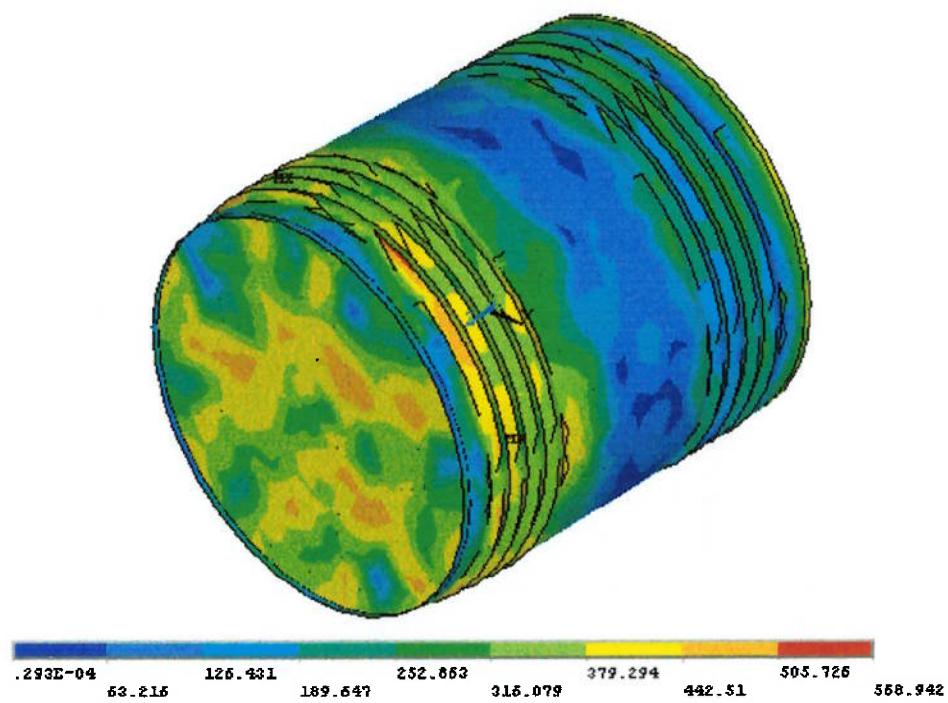


Figura 24 - Teste de queda - Ensaio 2

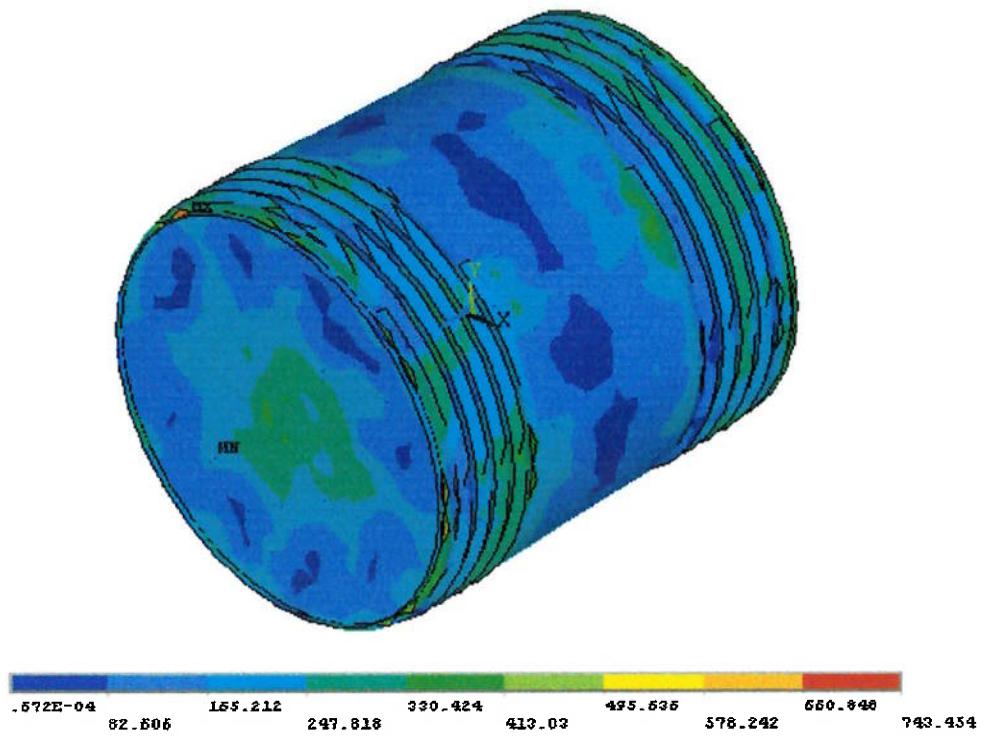


Figura 25 - Teste de queda - Ensaio 3

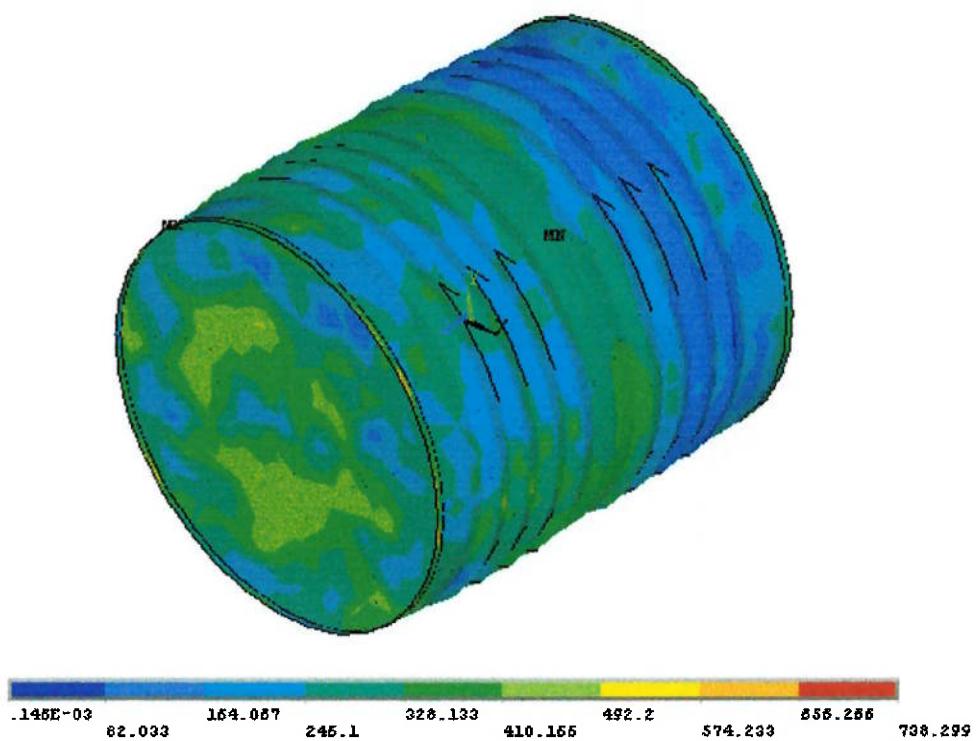


Figura 26 - Teste de queda - Ensaio 4

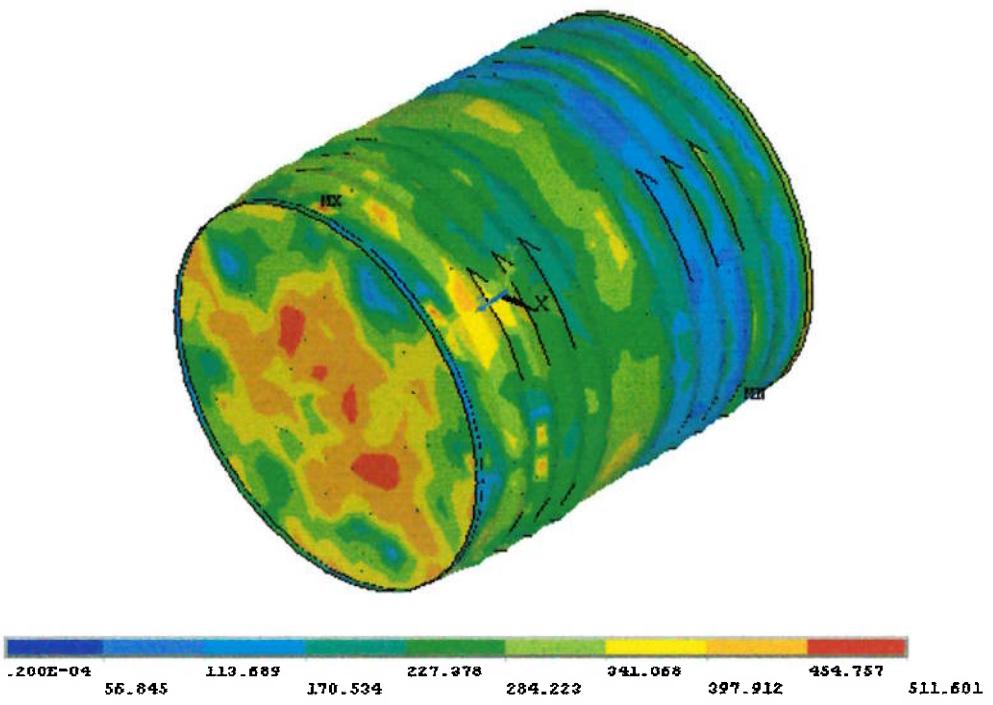


Figura 27 - Teste de queda - Ensaio 5

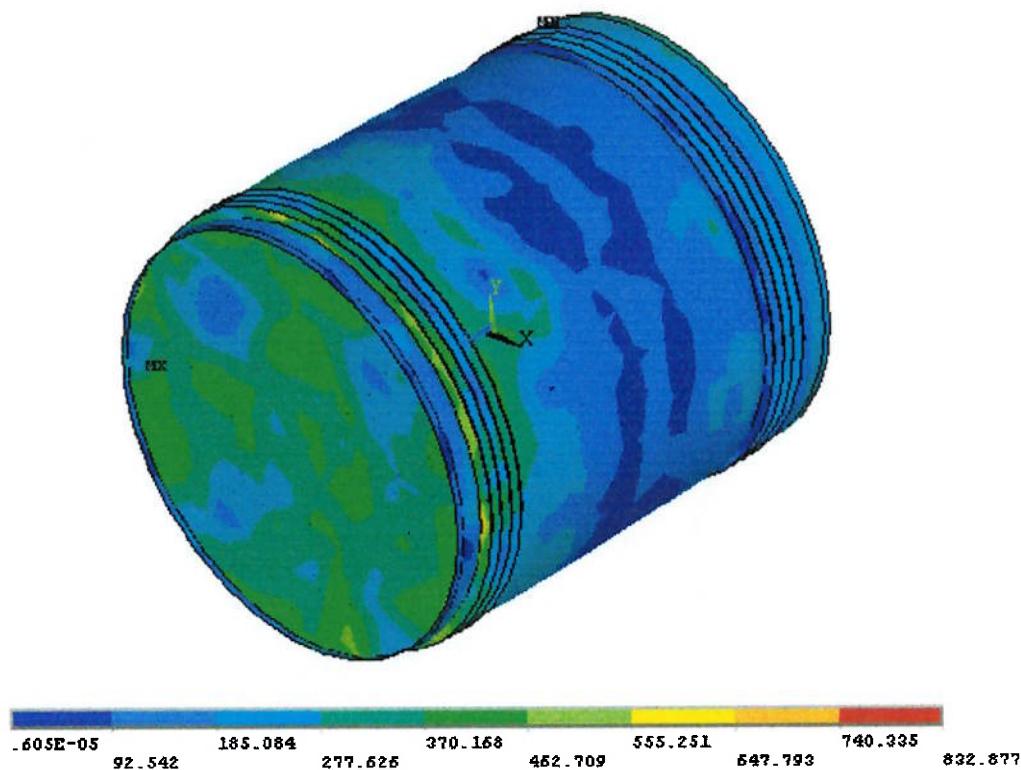


Figura 28 - Teste de queda - Ensaio 6

Uma vez obtidos os valores das tensões de von Mises nos nós, procede-se ao cálculo dos valores da função objetivo para cada um dos ensaios. Isso é realizado através dos valores das tensões de von Mises nos nós da recravação. Na tabela a seguir, têm-se os resultados obtidos:

Tabela 2 - Valores da função objetivo obtidos no ensaio

Ensaio	Distância da borda (mm)	Distância entre picos (mm)	Tensão de von Mises média na recravação (MPa)
1	14	10	490,21
2	7	10	185,99
3	1	10	142,72
4	14	15	434,50
5	7	15	203,51
6	7	5	152,18

O próximo passo da metodologia proposta é a definição da Superfície de Resposta, através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Da eq.(6), temos que os coeficientes β_i 's são determinados da seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$$

$$\text{onde: } \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_6 \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{51} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{52} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{16} & x_{26} & \cdots & x_{56} \end{bmatrix}$$

A aplicação dos dados da Tabela 2, resulta:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 490,21 \\ 185,99 \\ 142,72 \\ 434,50 \\ 203,51 \\ 152,18 \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 14 & 10 & 196 & 100 & 140 \\ 1 & 7 & 10 & 49 & 100 & 70 \\ 1 & 1 & 10 & 1 & 100 & 10 \\ 1 & 14 & 15 & 196 & 225 & 210 \\ 1 & 7 & 15 & 49 & 225 & 105 \\ 1 & 7 & 5 & 49 & 225 & 35 \end{bmatrix}$$

Realizando as operações matriciais indicadas na eq.(6), obtemos a seguinte matriz $\boldsymbol{\beta}$:

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} -75,343 \\ 5,8279 \\ 26,295 \\ 2,7883 \\ -0,32580 \\ -2,0923 \end{bmatrix}$$

Com os coeficientes apresentados na matriz $\boldsymbol{\beta}$, pode-se escrever a função quadrática (y) que estima o valor da função objetivo no intervalo considerado:

$$y = -75,343 + 5,8279 \text{ dborda} + 26,295 \text{ dpico} + 2,7883 \text{ dborda}^2 - 0,32580 \text{ dpico}^2 + \\ - 2,0923 \text{ dborda dpico} \quad (10)$$

A plotagem da função da eq.(10) é mostrada a seguir:

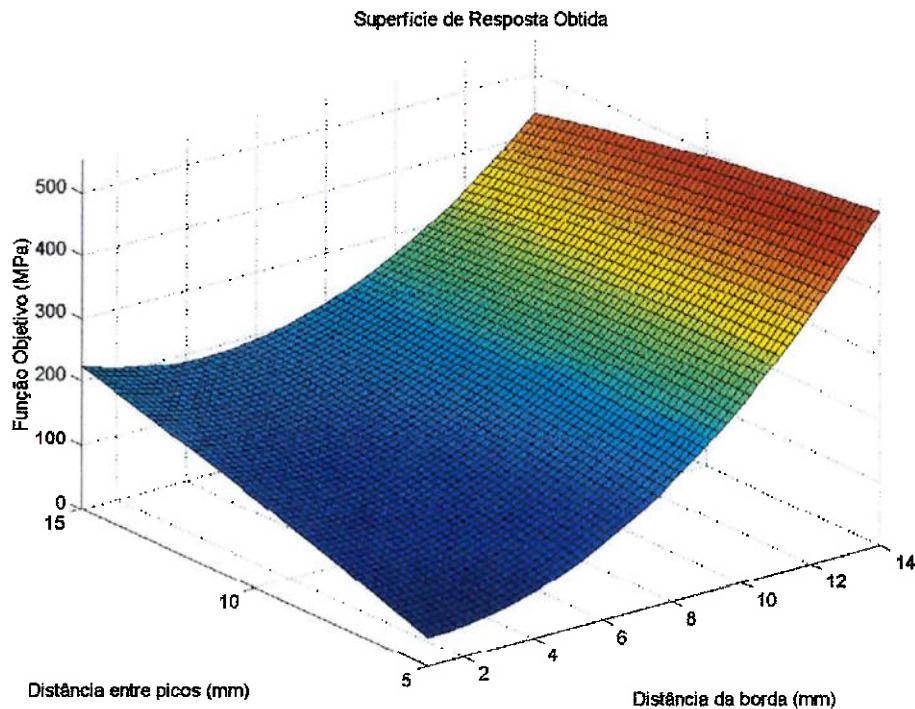


Figura 29 - Superfície de Resposta Obtida

Na figura a seguir, observa-se o comportamento da função objetivo para valores constantes da distância da borda.

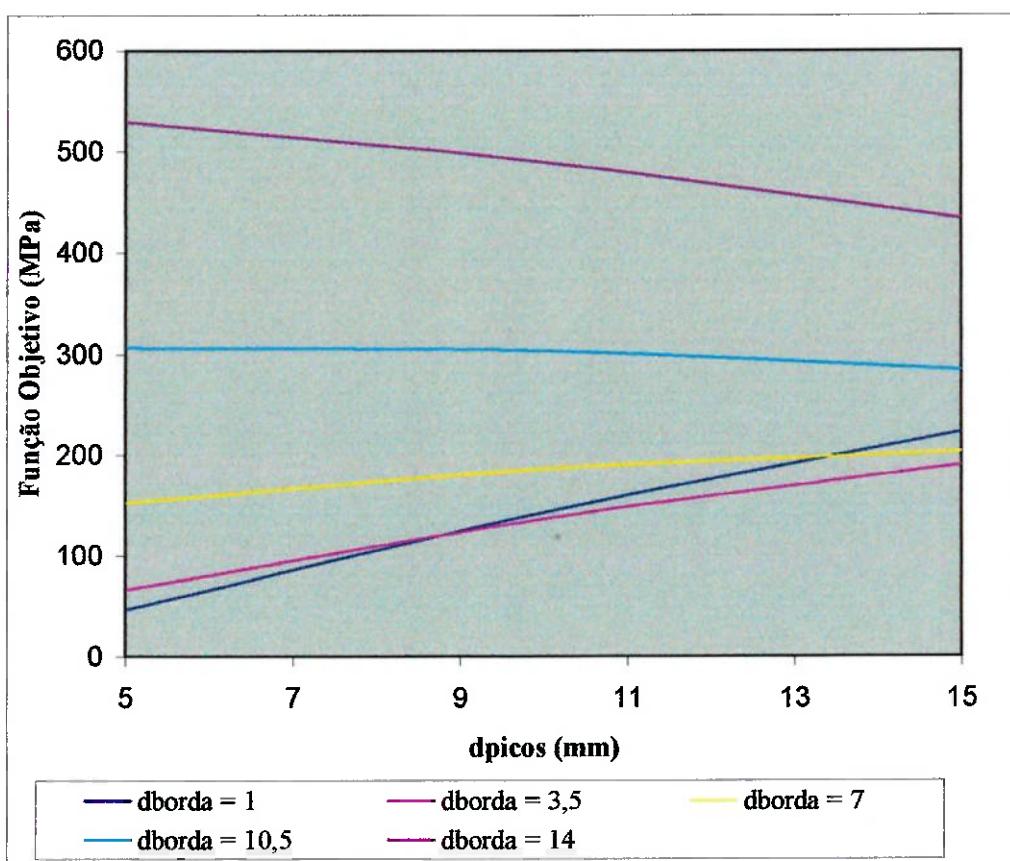


Figura 30 - Superfície de Resposta para valores constantes de dborda (em mm)

Nestes gráficos, verifica-se que, para valores de distância da borda próximos ao limite inferior, a função objetivo é crescente dentro do intervalo considerado. Com o aumento da distância da borda, a função objetivo passa a atingir um ponto de máximo dentro do intervalo e, para valores de distância da borda próximos ao limite superior, a função objetivo decresce com o aumento da distância entre picos. A seguir, são mostrados os gráficos de função objetivo x distância da borda.

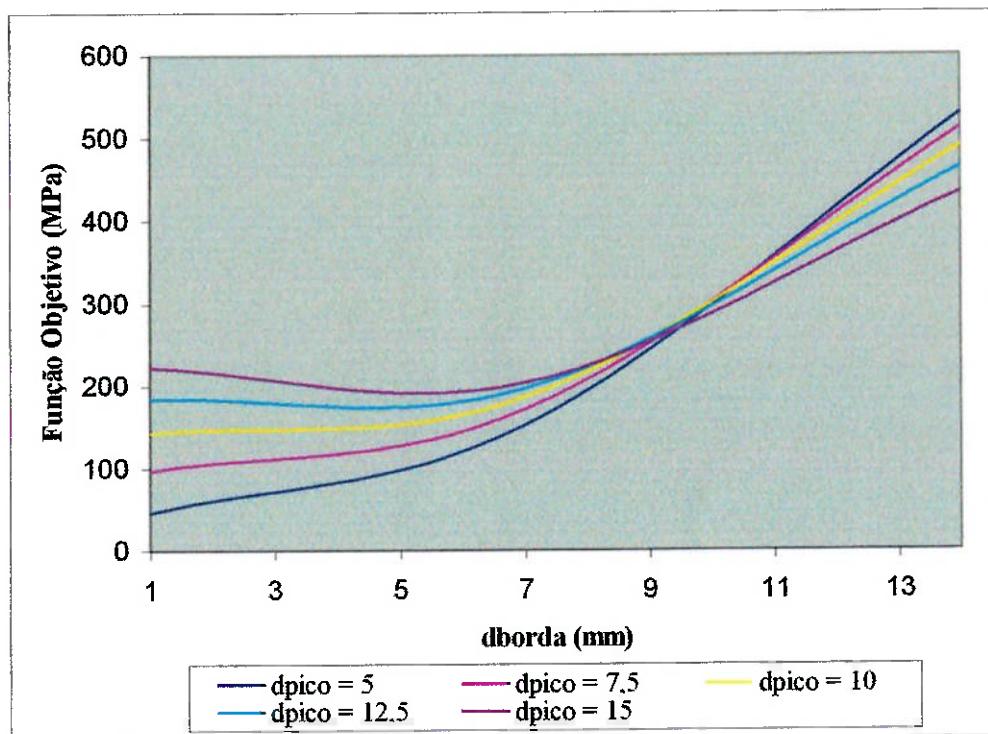


Figura 31 - Superfície de Resposta para valores constantes de dpico (em mm)

Nestes gráficos, pode-se observar que, para valores de distância entre picos próximos ao limite inferior, a função objetivo é sempre crescente com a distância da borda. Entretanto, com o aumento dos valores de distância entre picos, a função passa a ter um ponto de mínimo no interior do intervalo considerado.

Considerando essas análises, verifica-se que, nos limites inferiores e superiores estabelecidos para as variáveis de projeto, o ponto de mínimo encontra-se nos limites inferiores de ambas as variáveis. Essa constatação pode ser confirmada com o uso de técnicas de otimização. Neste projeto, utilizou-se, como descrito anteriormente, a função “fmincon” do MATLAB para encontrar o mínimo da função. Essa função será usada para a solução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min f(dborda, dpico) = y = & -75,343 + 5,8279 dborda + 26,295 dpico \\ & + 2,7883 dborda^2 - 0,32580 dpico^2 - 2,0923 dborda dpico \end{aligned}$$

sujeito a:

$1 \text{ mm} \leq dborda \leq 14 \text{ mm};$
 $5 \text{ mm} \leq dpicos \leq 15 \text{ mm}.$

A rotina apresenta como saídas o valor da função objetivo e das variáveis de projeto no ponto ótimo:

- $y^* = 46,142 \text{ MPa};$
- $dborda^* = 1 \text{ mm};$
- $dpicos^* = 5 \text{ mm}.$

Em seguida, foi realizada a modelagem da lata e sua simulação pelo Método de Elementos Finitos (MEF), para verificar a adequação com o resultado esperado. Na figura a seguir, pode-se observar o modelo da lata e a malha utilizada, com 10871 nós e 31011 elementos.

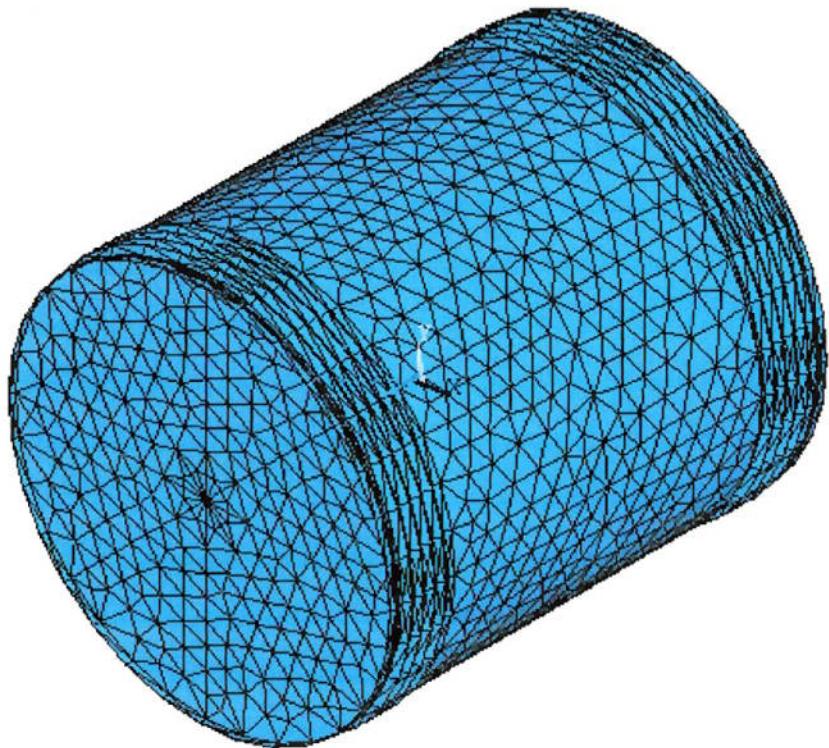


Figura 32 - Modelo de elementos finitos da embalagem otimizada

O resultado do teste de queda é mostrado a seguir, em termos das funções de von Mises nos nós.

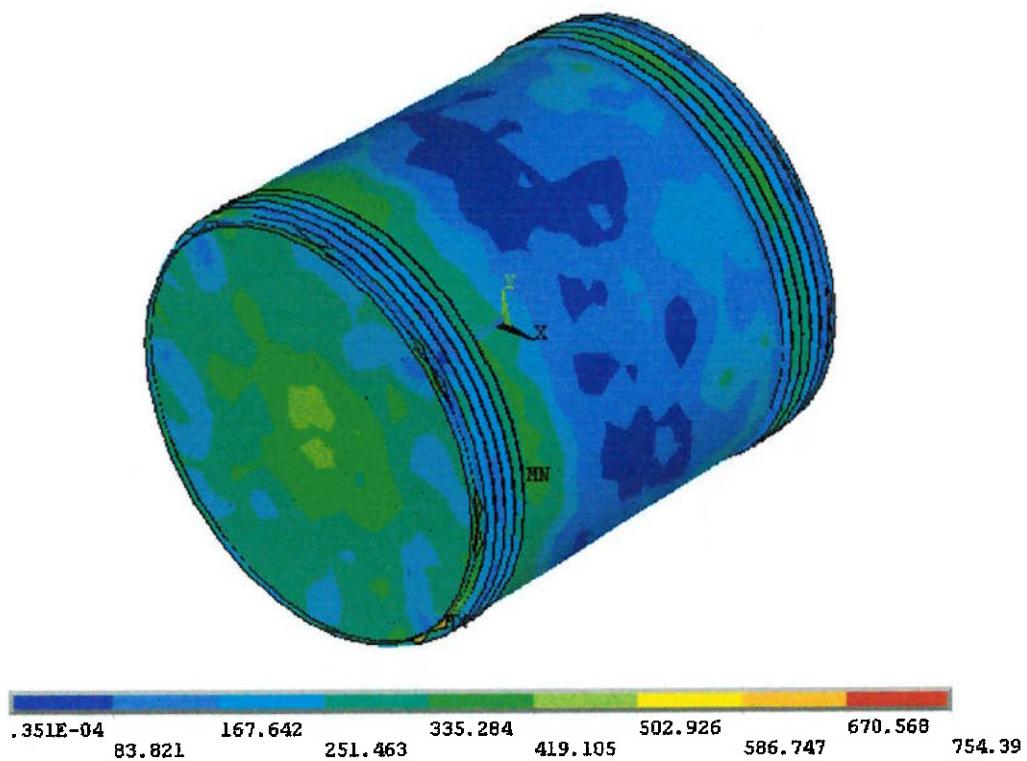


Figura 33 - Resultado da simulação da lata otimizada

Com os resultados obtidos, calculou-se o valor da função objetivo para essa embalagem: $y_{\text{simulado}} = 265,95 \text{ MPa}$.

Este valor é bastante superior ao esperado pelo resultado da otimização por Superfície de Resposta, que é de 46,142 MPa.

Isso pode ser explicado pelo fato de o fenômeno ser altamente não linear. Possivelmente, a função objetivo tem uma série de máximos e mínimos locais dentro da região considerada, que não podem ser previstos utilizando-se na determinação da Superfície de Resposta apenas 6 simulações. Segundo o fluxograma da Figura 17, após essa verificação deve-se traçar uma nova Superfície de Resposta, com mais pontos, de forma a melhorar a aproximação da função objetivo.

Isso foi realizado utilizando-se como ponto de ensaio a lata ótima. Dessa forma, adiciona-se ao Método dos Mínimos Quadrados o ponto (1; 5; 265,95). Realizando as operações descritas anteriormente, obtém-se a nova Superfície de Resposta:

$$y = 295,30 - 33,669 \text{ dborda} - 9,1663 \text{ dpico} + 3,0745 \text{ dborda}^2 + 0,0348 \text{ dpico}^2 + 0,8270 \text{ dborda dpico} \quad (11)$$

A plotagem da função da eq.(11) é mostrada a seguir:

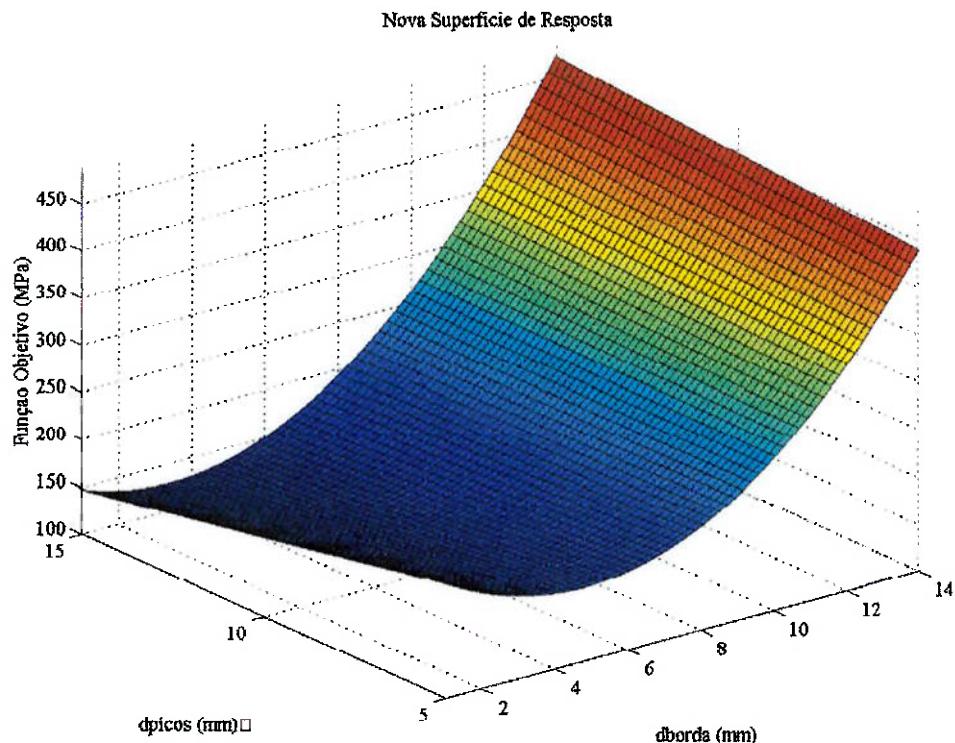


Figura 34 – Nova Superfície de Resposta Obtida

Na figura a seguir, observa-se o comportamento da função objetivo para valores constantes da distância da borda.

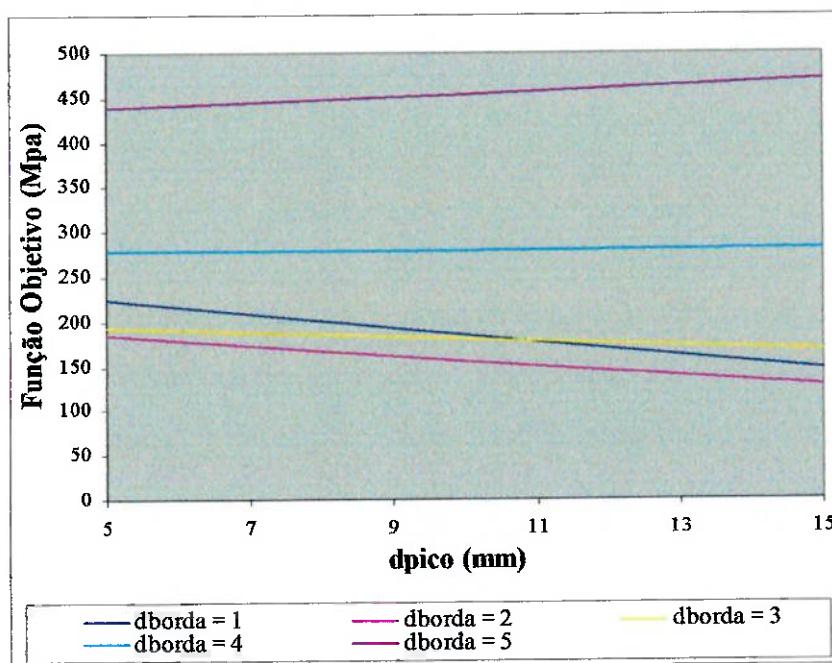


Figura 35 - Superfície de Resposta para valores constantes de dborda (em mm)

Nestes gráficos, verifica-se, da mesma forma que na Superfície de Resposta anteriormente obtida que, para valores de distância da borda próximos ao limite inferior, a função objetivo é crescente dentro do intervalo considerado. Além disso, para valores de distância da borda próximos ao limite superior, a função objetivo decresce com o aumento da distância entre picos. A seguir, são mostrados os gráficos de função objetivo x distância da borda.

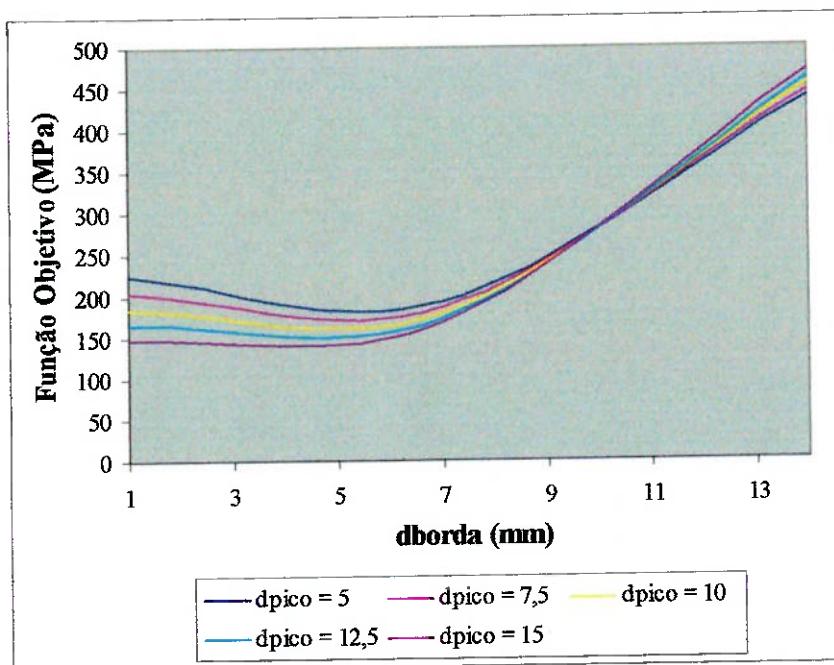


Figura 36 - Superfície de Resposta para valores constantes de dpico (em mm)

Nestes gráficos, pode-se observar que, para todos os valores de distância entre picos, a função tem ponto de mínimo no interior do intervalo considerado.

Uma vez obtida a função objetivo, utilizou-se a função “fmincon” para determinar o ponto ótimo. O resultado obtido foi o seguinte:

- $dborda = 3,46$ mm;
- $dpicos = 15,0$ mm;
- $y^* = 128,87$ MPa.

Em seguida, foi realizada a modelagem da lata e sua simulação pelo Método de Elementos Finitos (MEF), para verificar a adequação com o resultado esperado. Na figura a seguir, pode-se observar o modelo da lata e a malha utilizada, com 31047 elementos e 7794 nós.

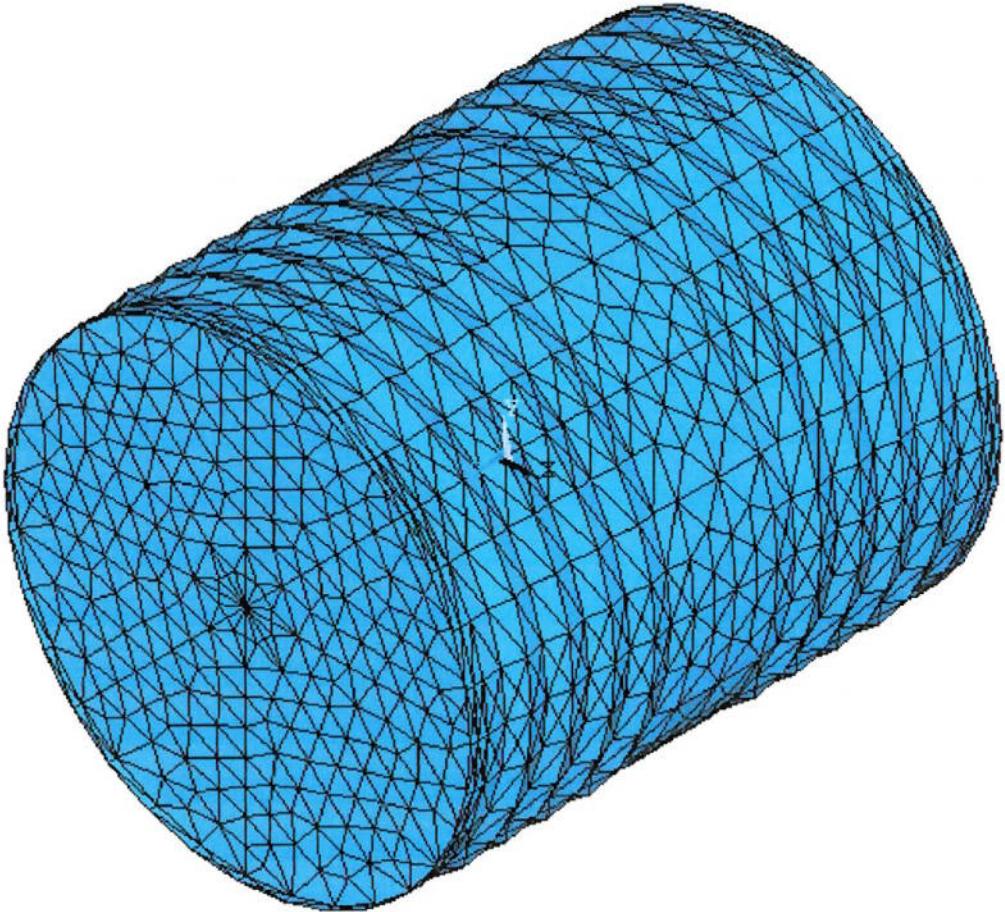


Figura 37 - Modelo de elementos finitos da nova embalagem obtida

O resultado do teste de queda é mostrado a seguir, em termos das funções de von Mises nos nós.

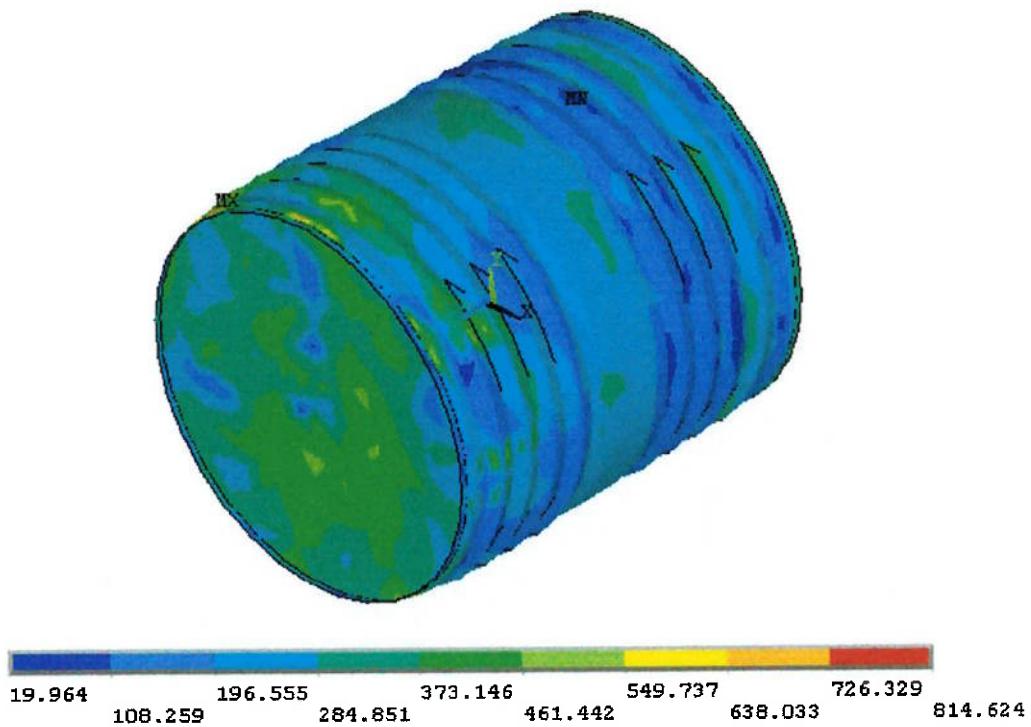


Figura 38 - Resultado da simulação da lata otimizada

Com os resultados obtidos, calculou-se o valor da função objetivo para essa embalagem: $y_{\text{simulado}} = 177,85 \text{ MPa}$.

Com 6 pontos, o desvio entre o valor verificado na simulação e o previsto pela Superfície de Resposta é de 476%. Com a adição de mais um ponto, o desvio cai para 38%. Em seguida, foi realizada nova iteração, considerando mais este ponto para traçar a Superfície de Resposta. Realizando as operações descritas anteriormente, obtém-se a seguinte Superfície de Resposta:

$$y = 316,36 - 31,396 \text{ dborda} - 15,578 \text{ dpico} + 3,4589 \text{ dborda}^2 + 0,8109 \text{ dpico}^2 + \\ - 0,0286 \text{ dborda dpico} \quad (12)$$

A plotagem da função da eq.(12) é mostrada a seguir:

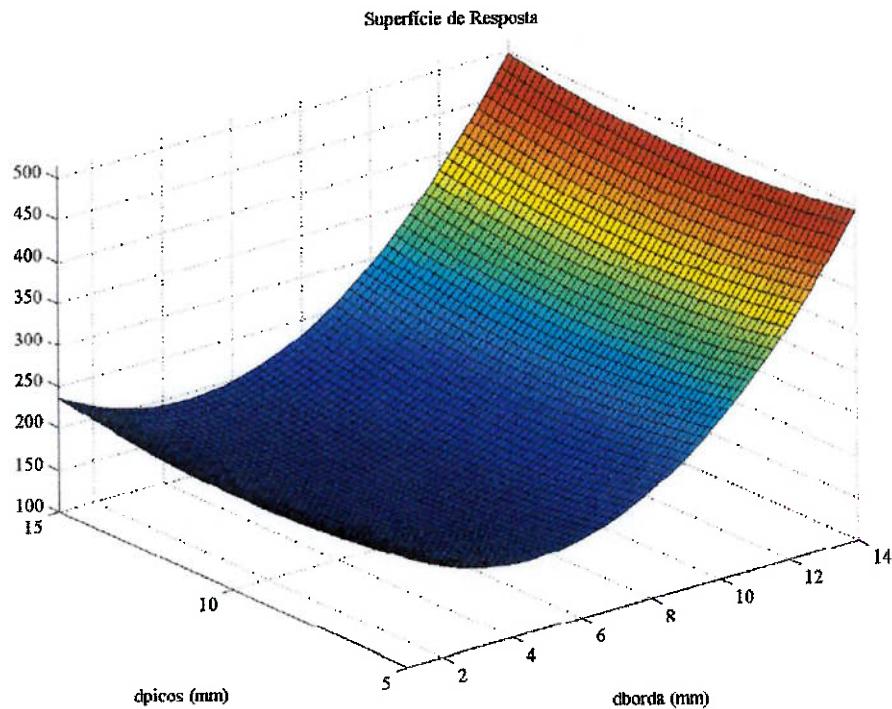


Figura 39 – Nova Superfície de Resposta Obtida

Uma vez obtida a função objetivo, utilizou-se a função “fmincon” para determinar o ponto ótimo. O resultado obtido foi o seguinte:

- $dborda = 4,5 \text{ mm}$;
- $dpicos = 9,5 \text{ mm}$;
- $y^* = 171,54 \text{ MPa}$.

Em seguida, foi realizada a modelagem da lata e sua simulação pelo Método de Elementos Finitos (MEF), para verificar a adequação com o resultado esperado. Na figura a seguir, pode-se observar o modelo da lata e a malha utilizada, com 31510 elementos e 31008 nós.

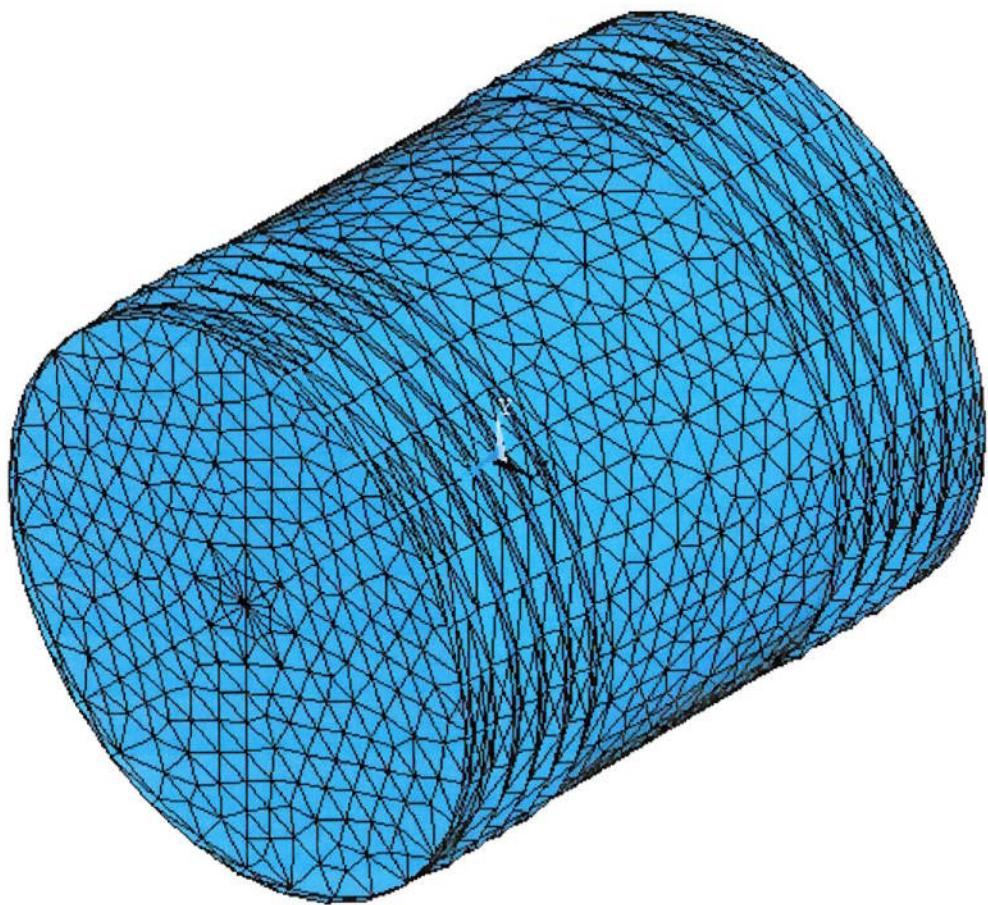


Figura 40 - Modelo de elementos finitos da nova embalagem obtida

O resultado do teste de queda é mostrado a seguir, em termos das funções de von Mises nos nós.

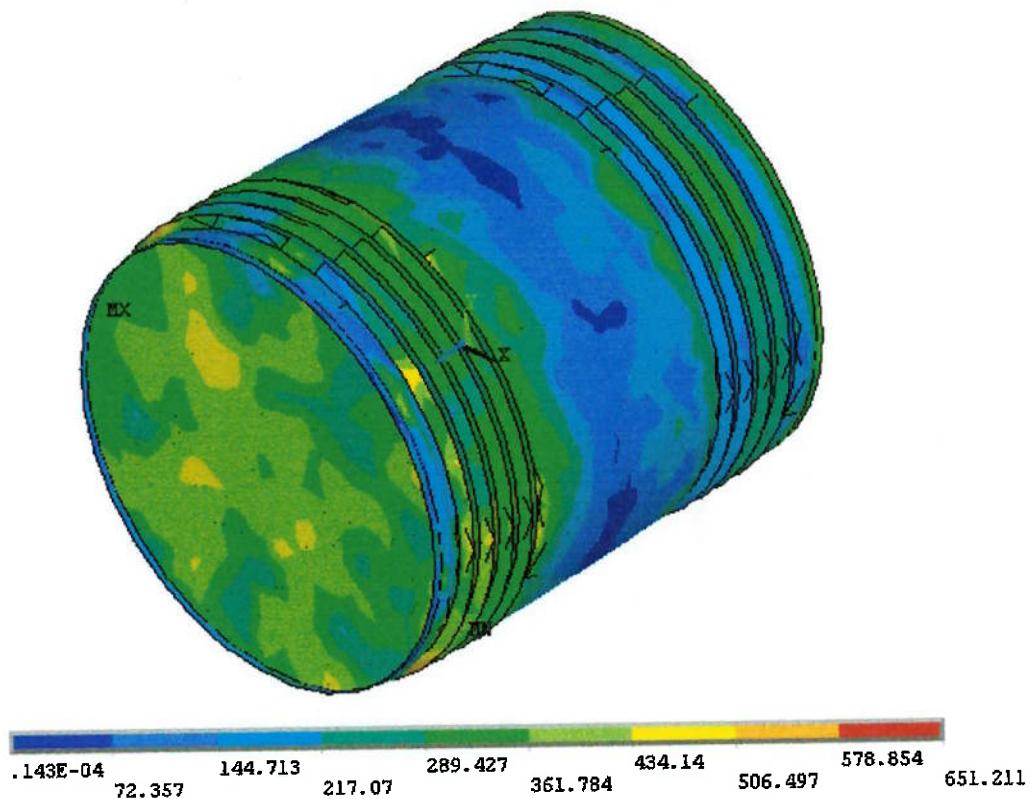


Figura 41 - Resultado da simulação da lata otimizada

Com os resultados obtidos, calculou-se o valor da função objetivo para essa embalagem: $y_{simulado} = 128,26 \text{ MPa}$.

Com esse valor, verifica-se que o método de fato converge com o aumento do número de pontos utilizados para gerar a Superfície de Resposta. Com 8 pontos, o desvio entre o valor verificado na simulação e o previsto pela Superfície de Resposta é de 25%.

Além disso, é importante notar que este valor de função objetivo é o menor obtido entre todos os ensaios, mostrando que o método é adequado ao projeto de embalagens otimizadas.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentada uma metodologia para otimização de embalagens metálicas considerando-se testes de desempenho comumente encontrados em normas para homologação de tais produtos.

A metodologia, baseada na Técnica de Superfície de Resposta, propõe que sejam realizados ensaios numéricos e que, a partir deles seja obtida uma expressão que aproxima a função objetivo do problema no interior da região de projeto, delimitada pelos valores máximos e mínimos das variáveis consideradas. Por fim, encontra-se o ponto ótimo dessa expressão utilizando-se técnicas de otimização.

A metodologia foi aplicada ao projeto de uma lata cilíndrica que tem de passar por ensaios de pressão hidráulica interna e de queda. Os parâmetros considerados na otimização foram a distância entre picos dos frisos e a distância dos frisos à borda.

Como conclusão, tem-se que a aplicação de frisos circunferenciais na lateral da embalagem modifica significativamente o desempenho da lata em testes de queda, embora isso não ocorra em relação a testes de pressão. Além disso, verificou-se que os parâmetros distância entre picos e distância dos frisos à borda influenciam de forma relevante o valor da função objetivo. Nota-se, ainda, que o número de ensaios utilizados para traçar a Superfície de Resposta influencia significativamente o desvio obtido entre os valores previstos por ela e os simulados.

Conclui-se, portanto, que o método apresentado mostra-se uma ferramenta bastante útil a engenheiros no projeto de novas embalagens otimizadas. Em um tempo computacional relativamente curto, pode-se obter uma Superfície de Resposta que aproxima com desvio adequado a projetos de engenharia uma função objetivo complexa.

**ANEXO A – PLANILHA PARA PARAMETRIZAÇÃO DOS ENSAIOS
REALIZADOS**

**Planilha em APDL para simulações de ensaios de pressão hidráulica
interna**

Interface com o usuário

Simulação Numérica de Ensaio de Pressão	
Executado	Data
Aprovado	
Titulo do Ensaio	title_ #REF!
Filename (Ansys)	title_ #REF!
Nome do arquivo de entrada ansys	pressao000.ans
Local de gravação do arquivo	G:\Pme2599
GEOMETRIA DA LATA	
Geometria Básica	
Diâmetro	Diam_ 168 mm
Altura	alt_ 187 mm
Espessura da folha (corpo)	t_ 0,23 mm
Espessura da folha (tampa e fundo)	tt_ 0,25 mm
Friso	
Número de picos (ferramenta)	np_ 5
Distância entre picos	dp_ 15 mm
Altura do friso	hf_ 0 mm
Altura do friso na borda	hfc_ 0 mm
Distância da borda	dborda_ 5 mm
Base	b_ 1,23 mm
Altura	h_ 3 mm
Malha	
Parametros da malha	
Nº elem. 1/2 circunf.	ncirc_ 25
Nº elem. 1/4 de seno	nef_ 4
Tamanho basico do elem	telem_ 2
Material	
Tipo de Elemento	Elem_type_ SHELL163
Módulo de Elasticidade	E_ 200.000 MPa
Coeficiente de Poisson	ni_ 0,3
Tensão de Escoramento	sigescoa_ 419,396 MPa
Módulo Tangente	modtan_ 129,53 MPa
Densidade	dens_ 7800 Kg/m^3
Densidade	densm_ 7,80E-06 Kg/mm^3
Carregamento	
Pressão	press_kpa_ 100 Kpa
	press_mpa_ 0,1 MPa
Tempo de Aplicação de Pressão	tempo_ 1 s
Tempo de estabilização	tempoe_ 0,2 s

Planilha auxiliar para criação da geometria da embalagem (listagem parcial)

Posição interna Superior	13,5
Vale 1	21
Vale 2	36
Vale 3	51
Vale 4	66
Vale 5	81
Pico 1	28,5
Pico 2	43,5
Pico 3	58,5
Pico 4	73,5
Posição Externa Superior	88,5
Posição da Tampa	93,5
Altura da recravação	96,5

Nível : 0			
offset_ort	0	offset_diag	0
Plano de Simetria			
Kpt	X	Y	Z
001	84,115	0	0
002	0	84,115	0
003	-84,115	0	0
004	0	-84,115	0
005	59,4782869	59,4782869	0
006	-59,4782869	59,4782869	0
007	-59,4782869	-59,4782869	0
008	59,4782869	-59,4782869	0
009	0	0	0

Nível : 1			
offset_ort	0	offset_diag	0
Plano de Simetria			
Kpt	X	Y	Z
101	84,115	0	13,5
102	0	84,115	13,5
103	-84,115	0	13,5
104	0	-84,115	13,5
105	59,4782869	59,4782869	13,5
106	-59,4782869	59,4782869	13,5
107	-59,4782869	-59,4782869	13,5
108	59,4782869	-59,4782869	13,5
109	0	0	13,5

Planilha para geração do arquivo em APDL (listagem parcial)

! GERACAO DO MODELO LATA CILINDRICA

! *** INICIO DA ENTRADA DE DADOS ***

! [L] = mm
 ! [M] = kg
 ! [T] = seg
 ! [F] = N

FINISH
/CLEAR
#REF!

#REF!

!DEFINIÇÃO DO TIPO DE ELEMENTO

/PREP7

! Placa
! MODELO DO ELEMENTO
ET;1;SHELL163
KEYOPT;1;1;2
KEYOPT;1;2;0
KEYOPT;1;3;0
KEYOPT;1;4;0;

! ESSPESSURA DA CHAPA

R;1;;0,23;0,23;0,23;0,23;
R;2;;0,25;0,25;0,25;0,25
R;3;;1,23;1,23;1,23;1,23;1,23

! Folha de flanders
MP;DENS;1;0,0000078
MP;EX;1;200000
MP;nuxy;1;0,3
TB;BISO;1
TBDATA;1;419,396
TBDATA;2;129,53

! GERAÇÃO DA GEOMETRIA

! DEFININDO PLANOS

K;001;84,115;0;0
K;002;0;84,115;0
K;003;‐84,115;0;0
K;004;0;‐84,115;0
K;005;59,4782868995064;59,4782868995064;0
K;006;‐59,4782868995064;59,4782868995064;0
K;007;‐59,4782868995064;‐59,4782868995064;0
K;008;59,4782868995064;‐59,4782868995064;0
K;009;0;0;0
LARC;001;005;009;84
LARC;002;006;009;84
LARC;003;007;009;84
LARC;004;008;009;84
LARC;005;002;009;84
LARC;006;003;009;84
LARC;007;004;009;84

LARC;008;001;009;84

LESIZE;ALL;;:25
 LSEL;NONE
 (...)
! CRIANDO LINHAS
! Linhas verticais abaixo dos frisos
 L;001;101;;0;0;-1;0;0;1
 L;002;102;;0;0;-1;0;0;1
 L;003;103;;0;0;-1;0;0;1
 L;004;104;;0;0;-1;0;0;1
 L;005;105;;0;0;-1;0;0;1
 L;006;106;;0;0;-1;0;0;1
 L;007;107;;0;0;-1;0;0;1
 L;008;108;;0;0;-1;0;0;1
 L;009;109;;0;0;-1;0;0;1

LSEL;NONE

! Linhas verticais dos frisos

L;101;201;;0;0;-1;0;0;1
 L;102;202;;0;0;-1;0;0;1
 L;103;203;;0;0;-1;0;0;1
 L;104;204;;0;0;-1;0;0;1
 L;105;205;;0;0;-1;0;0;1
 L;106;206;;0;0;-1;0;0;1
 L;107;207;;0;0;-1;0;0;1
 L;108;208;;0;0;-1;0;0;1
 L;109;209;;0;0;-1;0;0;1
 (...)

! CRIANDO AREAS
 A;001;005;105;101
 A;002;006;106;102
 A;003;007;107;103
 A;004;008;108;104
 A;005;002;102;105
 A;006;003;103;106
 A;007;004;104;107
 A;008;001;101;108
 (...)
AATT;1;1;1;
AESIZE;ALL;2
ASEL;NONE

! CRIANDO AREAS DA TAMPA

A;1201;1205;1209
 A;1205;1202;1209
 A;1202;1206;1209
 A;1206;1203;1209
 A;1203;1207;1209
 A;1207;1204;1209
 A;1204;1208;1209
 A;1201;1209;1208

AATT;1;2;1;

```

AESIZE;ALL;2
ASEL;NONE

! Recravação
A;1201;1205;1305;1301
A;1202;1206;1306;1302
A;1203;1207;1307;1303
A;1204;1208;1308;1304
A;1205;1202;1302;1305
A;1206;1203;1303;1306
A;1207;1204;1304;1307
A;1208;1201;1301;1308

AATT;1;3;1;
AESIZE;ALL;2
ASEL;NONE

ASEL;ALL
LSEL;ALL
AMESH;ALL
(...)
! Condições de contorno

nset;s;loc;z;0,0
d;all;uz;0,0
d;all;rotx;0,0
d;all;roty;0,1
alls

nset;s;loc;x;-1;1
nset;r;loc;y;-1;1
d;all;ux;0,0
d;all;uy;0,0
alls

LSWRITE;;

! Condições de contorno
EDPART;CREATE

NSEL;S;LOC;Z;0;13,5
CM:Lata1_E;ELEM
CM:Lata2_E;ELEM
alls
CM:Lata_N;NODE

EDDRELAX;DYNA;;0,0001;;;;1;
(...)

*DIM;PRESSstat;ARRAY;3;1;1; ; ;
(...)

*DIM;Tempo;ARRAY;4;1;1; ; ;
(...)
edload;add;press;1:Lata2_E;TEMPO;PRESS;0

EDOUT;NODOUT

```

```
EDOUT;ELOUT
EDOUT;ALL
```

```
EDRST;100;
EDHTIME;1000;
TIME;1,8
```

Planilha em APDL para simulações de ensaios de queda

Como a maior parte desta planilha é semelhante à utilizada para ensaios de pressão hidráulica interna, serão apresentadas apenas as partes relevantes para o ensaio de queda especificamente.

Interface com o usuário

Fluido contido

Bulk Modulus	Bf	2,21E+03	MPa
Densidade	densf	1000	Kg/m ³
Densidade	densf	1,00E-06	Kg/mm ³
Coeficiente de Poisson	nif	0,2	
Modulo de Elasticidade	Ef	3,98E+03	MPa

Carregamento

Altura do centro da lata Hqueda_ m

Gravidade	g_0	9,8	m/s ²
Velocidade no contato	Veloc_	2,619160171	m/s
Velocidade no contato	Veloc_mm	2619,160171	mm/s

Planilha para geração do arquivo em APDL (listagem parcial)

```
! CRIANDO A SUPERFICIE DE IMPACTO
LOCAL;100;CART;0;0;146,5;0;-89,5;0
N;110001;336;;374
N;110002; -336;;374
N;110003; -336;;-374
N;110004;336;;-374
```

N;110005;336;-1;374
N;110006;-336;-1;374
N;110007;-336;-1;-374
N;110008;336;-1;-374
CSYS;0

ET;4;SOLID164
EDMP;RIGI;3;7;7
MP;DENS;3;0,000008
MP;EX;3;3978
MP;NUXY;3;0,2

TYPE; 4
MAT; 3

E;110001;110002;110003;110004;110005;110006;110007;110008

ALLS

! DEFINDO OS COMPONENTES
NSEL;\$;LOC;X;-92,4;92,4
NSEL;R;LOC;Y;-92,4;92,4
NSEL;R;LOC;Z;-106,15;106,15
CM;Lata;NODE

NSEL;INVER
CM;Superficie;NODE
ALLS

EDCGEN;AG;;0,31;0,21;0,0;0,0;0,0;0,0;0,0;0,0;0,0;0,0;0,0;0,0

EDVE;VELO;LATA;0,0;2619,16017074176;0,0;0; ; ; ; ;

(...)

TIME;0,3

EDOUT;NODOUT
EDOUT;GLSTAT

EDRST;100;
EDHTIME;1000;

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Reid, John D.; Bielenberg, Robert W.; Coon, Brian A. "Indenting, buckling and piercing of aluminum beverage cans". Finite Elements in Analysis and Design 37 (2), pp. 131-144, 2001.
- [2] Yuans, K. – Y. "Finite element simulation of the deformation of corrugated food cans during sterilization". Journal of strain analysis n. 1, vol. 25, 1990.
- [3] Traversin, M.; Magain, P.; Jodogne, P.; Dubreuil, P.; Cochet, P. "Mechanical behaviour optimization of three-piece tinplate cans using numerical simulations". R&D Groupe Cockerill-Sambre, Liège, Belgium and CarnaudMetalbox Alimentaire, Châtenay-Malabry, France.
- [4] Wang, Jyhwen. "Design optimization of rigid metal containers". Finite Elements in Analysis and Design 37, pp. 273-286, 2001.
- [5] Proubet, J. "Numerical simulations of wall wrinkling in food can drawing". Journal of Materials Processing Technology 45, pp. 223-228, 1994.
- [6] Jone, I. B.; Owen, D. R. J.; Jones, D., Crook, A. J. L. and Liu, G. Q. "Applicability of finite element method to design and optimization of food cans". Ironmaking and Steelmaking n. 1, vol. 25, 1998.
- [7] Bathe, K. "Finite Elements Procedures". Prentice Hall, 1996.
- [8] Kohnke, Peter. "ANSYS, Inc. Theory", 1994.
- [9] Wang, Erke; Nelson, Thomas. "Structural Dynamic Capabilities of ANSYS". CADFEM GmbH, Munich, Germany.
- [10] ASTM. "Metals Handbook", 9 ed.

- [11] Juvinal, R. C., Marshek, K. M. "Fundamentals of Machine Component Design", 3^a ed., John Wiley & Sons, 2000.
- [12] Todoroki, Akira. "Teach Yourself Response Surface Methodology", Tokyo Institute of Technology, Department of Mechano-aerospace Engineering, Japan.
- [13] Stoecker, W. F. "Design of Thermal Systems", McGraw-Hill, New York, 1989.